

PROBLÈMES ET EXERCICES

D'ARITHMÉTIQUE

ET D'ALGÈBRE

PREMIÈRE PARTIE

ÉNONCÉS

TYPOGRAPHIE DE CH. LAHURE ET Cie
Imprimeurs du Sénat et de la Cour de Cassation
rue de Vaugirard, 9

PROBLÈMES ET EXERCICES

D'ARITHMÉTIQUE

ET D'ALGÈBRE

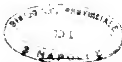
SUR LES PRINCIPALES QUESTIONS USUELLES

RELATIVES

AU COMMERCE, A LA BANQUE
AUX FONDS PUBLICS, AUX ÉTABLISSEMENTS DE PRÉVOYANCE
A L'INDUSTRIE, AUX SCIENCES APPLIQUÉES, ETC.

PAR H. SONNET

Docteur ès sciences, Inspecteur de l'Académie de Paris
Professeur à l'École centrale des Arts et Manufactures





PREMIÈRE PARTIE

ÉNONCÉS

PARIS

LIBRAIRIE DE L. HACHETTE ET Cie

RUE PIERRE-SARRAZIN, N° 14

(Près de l'École de médecine)

1858



PRÉFACE.

Tout le monde sait que l'instruction théorique des élèves, en Arithmétique et en Algèbre élémentaire, plus encore que dans toute autre branche des mathématiques, a besoin d'être complétée par des exercices de calcul, et par la résolution d'un certain nombre de problèmes propres à leur faire mieux comprendre la portée et l'utilité des théories.

Mais, au lieu d'exercer les jeunes gens sur des questions purement idéales, il est infiniment plus avantageux de leur proposer des problèmes qui trouvent une application usuelle; de pareilles questions offrent bien plus d'intérêt; et, si elles sont convenablement groupées, elles peuvent, en outre, initier les élèves à une foule de connaissances utiles qu'ils n'auraient généralement pas eu l'occasion d'acquérir.

C'est dans cet esprit qu'ont été rédigés, il y a plus de vingt ans, les problèmes de mon ancien camarade et ami M. Saigey. Ce que cet auteur fit alors pour l'instruction primaire, j'essaye de le faire aujourd'hui pour l'instruction secondaire.

Les problèmes compris dans ce recueil n'exigent que la connaissance de l'Arithmétique et de l'Algèbre

élémentaire, comprenant la résolution des équations du second degré, la formule du binôme, les logarithmes, et, pour un très-petit nombre seulement, les fractions continues *.

Jusqu'au paragraphe 3 du chapitre VI, qui traite des rentes viagères, on a marqué d'un astérisque les questions dont la solution est du domaine de l'Algèbre. La distinction n'a pas été faite au delà, parce que, d'une part, la majorité des questions qui suivent exige l'emploi de l'Algèbre ou au moins des notations algébriques; et, en second lieu, parce qu'on a supposé qu'arrivés à ce point les élèves sauraient discerner eux-mêmes à quels principes théoriques se rapporte la solution des questions qui leur sont proposées.

En parcourant la table des matières jointe à ce volume, on verra que ces problèmes embrassent des sujets très-variés, mais d'une application usuelle.

Ces problèmes ne sont point isolés; ceux qui sont réunis sous un même titre ou dans un même paragraphe sont généralement liés entre eux de telle sorte que l'élève qui les aura résolus ait acquis un certain ensemble de connaissances pratiques sur l'objet qui forme la matière de ce paragraphe.

Ces problèmes sont gradués pour la difficulté; non pas qu'un numéro renferme nécessairement une question d'une solution plus difficile que le numéro pré-

---

* Voir notre *Algèbre élémentaire*, 2e édition, chap. XVI.

cédent; mais en ce sens que le sujet traité dans un paragraphe, est en général plus compliqué que celui qui a été traité dans le paragraphe précédent.

A la suite du chapitre sur les opérations de banque, j'ai cru pouvoir placer un chapitre sur les fonds publics et sur les opérations de bourse, questions qui intéressent les jeunes gens appelés à entrer dans les carrières commerciales, industrielles ou financières. Comme ce mot d'opérations de bourse pourrait faire croire à quelques personnes que j'ai voulu enseigner aux jeunes gens l'art immoral de s'enrichir sans travailler, je me hâte d'aller au-devant d'un tel reproche. Les problèmes dont il s'agit ne sont que l'explication des termes qui figurent dans les bulletins officiels de la Bourse, termes que le négociant, le banquier, l'industriel, ne peuvent se dispenser de connaître. Dans quelques-uns de ces problèmes, j'ai examiné, il est vrai, les chances auxquelles peuvent donner lieu certaines opérations; mais cet examen, qui, lorsqu'il est fait rigoureusement et méthodiquement, offre, au point de vue mathématique, une discussion assez délicate, n'a rien de commun avec les procédés expéditifs et pratiques que les joueurs emploient pour apprécier le succès probable d'une opération, encore moins avec les manœuvres plus ou moins loyales auxquelles certains spéculateurs ne craignent pas d'avoir recours pour faire réussir leurs combinaisons, procédés et manœuvres que je me suis bien gardé de faire con-

naître. Et je suis convaincu que l'examen détaillé dont je parle est plutôt fait pour effrayer que pour tenter la jeunesse.

Dans un second volume j'ai donné les solutions raisonnées des problèmes contenus dans le premier. Je n'ai rien négligé pour que les résultats soient d'une exactitude rigoureuse; tous les calculs ont été refaits deux fois, et les épreuves ont été revues avec le plus grand soin. Cependant si, contre mon attente, et malgré toutes les précautions qui ont été prises, quelques fautes s'étaient glissées, soit dans les énoncés, soit dans les solutions, je serais infiniment reconnaissant au lecteur de vouloir bien me les signaler.

H. SONNET.

ERRATUM.

Page 115, ligne 6, *au lieu de* 79, *lisez* 94.

PROBLÈMES

ET EXERCICES

D'ARITHMÉTIQUE ET D'ALGÈBRE.

PREMIÈRE PARTIE : ÉNONCÉS.

CHAPITRE PREMIER.

PROBLÈMES SUR LE PRIX DES DENRÉES.

§ 1. Farines.

1. Les farines se vendaient autrefois par sacs, dont le poids net était de 157 kilogrammes ; depuis l'arrêté du 12 juillet 1842, elles se vendent au quintal métrique de 100 kilogrammes. Mais les commerçants ont conservé l'habitude de compter par sacs dans les circonstances qui ne sont pas officielles. On demande combien 1821 sacs représentent de quintaux métriques.

2. Combien 3000 quintaux représentent-ils de sacs ?

3. Si le prix du quintal est $65^{f},33$, quel est le prix du sac ?

4. Si le prix du sac est 100 fr., quel est le prix du quintal ?

5. A 63f,87 le quintal, que valent 108 quintaux 66 kilog. ?

6. A 63f,87 le quintal, que vaudraient 83 sacs?

7. A 102f,57 le sac, que valent 98 sacs?

8. A 102f,57 le sac, que vaudraient 246 quintaux?

9. Si 258 quintaux 45 kil. ont été payés 16545f,97, que vaudraient 175 sacs?

10. Si 215 sacs ont été payés 21758 fr., que vaudraient 310 quintaux 65 kilog. ?

11. Il a été vendu à la halle de Paris, le 17 janvier 1856, les quantités suivantes de farines de première et seconde marque, c'est-à-dire de première et seconde qualité, savoir :

1re marque :	15	quintaux	70	kil. à	66f,85
	3	—	14	—	66,25
	63	—	07	—	65,60
	111	—	06	—	65,30
2e marque :	334	—	19	—	64,95
	39	—	25	—	64,65
	499	—	66	—	64,35
	31	—	40	—	63,70
	100	—	00	—	63,05
	73	—	79	—	62,40

On demande le prix moyen du quintal de chaque qualité et le prix moyen du jour.

12. Le droit de commission alloué aux facteurs à la vente en gros des farines, par l'arrêté cité plus haut, est de 80 centimes par quintal. A combien s'élèvent les

droits payés pour les ventes mentionnées au numéro précédent?

13. Les boulangers de Paris sont tenus de verser au grenier d'abondance 20 sacs de farine de première qualité du poids brut de 159 kilog., à titre de dépôt de garantie; ils doivent en outre avoir un approvisionnement en farine de première qualité, réglé de la manière suivante par l'arrêté déjà cité, suivant la classe à laquelle ils appartiennent :

Pour les boulangers de	1re	classe	140 sacs.
—	2e	....	110
—	3e	....	80
—	4e	....	30

On demande les équivalents de ces nombres en quintaux métriques, et la valeur qu'ils représentent au prix moyen de 65f,54.

14. Que deviendraient ces valeurs si le prix moyen du quintal s'abaissait à 58f,60?

15. Un marchand achète 221 sacs de farine de première marque au prix total de 22657f,14, il les revend à raison de 67f,80 le quintal. Que gagne-t-il en tout, et que gagne-t-il pour 100 sur le prix d'achat, en tenant compte des frais de commission?

16. Un marchand a acheté 138q,16 de farine de seconde marque au prix total de 8973f,50; il est forcé de les revendre à raison de 98 fr. le sac. Quelle est sa perte totale, et que perd-il pour 100 sur le prix de revente, en tenant compte des frais de commission?

17. Il a été vendu sur le marché de Bordeaux :

319	demi-quintaux de farine	de Nérac	au prix de	31f,50
287	—	du Lot	—	31 ,00
106	—	de la Ville	—	31 ,00
277	—	de Couture	—	30 ,25
139	—	id.	—	30 ,00

On demande le prix moyen du demi-quintal.

18. Quel eût été le prix moyen si les farines de Nérac avaient éprouvé une baisse de 50 centimes, celles du Lot une baisse de 75 centimes, celles de la Ville une baisse de 80 centimes, et celles de Couture, indistinctement, une baisse de 1f,25 ?

19. La consommation journalière de la ville de Paris est d'environ 2200 sacs de farine. Quelle dépense cette consommation représente-t-elle au prix de 64f,50 le quintal ?

20. Quelle est l'économie qui résulterait d'une baisse de 1 fr. sur le prix moyen du quintal ?

21. Quelle est l'économie qui résulterait d'une baisse de 2f,50 sur le prix du sac ?

22. Le relevé des prix moyens du quintal de farine, depuis le 1er février 1855 jusqu'au 1er février 1856, déterminés de quinzaine en quinzaine d'après les déclarations officielles d'achat des boulangers de Paris, donne les résultats suivants :

1er février,	1855	52f,28
16	....	52 ,55

1er mars	1855	52,13
16		51,05
1er avril		50,61
16		50,23
1er mai		50,37
16		50,26
1er juin		52,56
16		55,32
1er juillet		58,34
16		57,96
1er août		57,48
16		56,58
1er septembre		59,32
16		64,61
1er octobre		71,04
16		68,98
1er novembre		68,37
16		66,88
1er décembre		67,41
16		67,77
1er janvier	1856	66,92
16		65,10

En prenant pour base une consommation journalière de 3454 quintaux, on demande quelle a été la consommation totale pendant cette période d'une année; la dépense totale qu'elle représente; et le prix moyen du quintal pour la consommation annuelle?

23. Pour régler le prix du pain de première qualité, l'administration admet qu'un sac de farine fournit 102 pains de 2 kilogrammes. Combien, d'après cela, le quintal de farine fournit-il de kilogrammes de pain?

24. L'administration passe aux boulangers 7 fr.

par quintal de farine pour frais de manutention; et c'est le prix moyen du quintal, résultant des déclarations officielles d'achat faites par les boulangers pendant la quinzaine précédente, qui sert de base au calcul du prix du kilogramme de pain. Ce calcul se fait à un demi-centime près; c'est-à-dire qu'on néglige, en fin de compte, les fractions de centime, en forçant s'il est nécessaire le dernier chiffre conservé.

On demande de trouver, d'après cela, le prix du kilogramme de pain de première qualité, en supposant que le prix moyen du quintal de farine soit 64^f,50.

25. Quel serait le prix du kilogramme de pain de première qualité si le prix moyen du quintal de farine était 52^f,55?

26*. Quelle est la relation algébrique qui lie le prix du kilogramme de pain de première qualité au prix moyen du quintal de farine?

27. Pour obtenir le prix du kilogramme de pain de seconde qualité, on considère le nombre de centimes qui exprime le prix du kilogramme de pain de première qualité : si ce nombre est impair, on en retranche 7; s'il est pair, on en retranche 8.

Quel serait, d'après cela, le prix du kilogramme de pain de seconde qualité, si le prix moyen du quintal de farine était 64^f,50?

28. Quel serait le prix du kilogramme de pain de seconde qualité, si le prix moyen du quintal de farine était 52^f,55?

29. Connaissant le prix du kilogramme de pain de première qualité, on ne peut pas en conclure exactement le prix moyen du quintal de farine, attendu que le premier de ces deux nombres n'est donné qu'à un demi-centime près. Mais en prenant pour bases, d'une part le prix donné diminué d'un demi-centime, de l'autre ce même prix donné augmenté d'un demi-centime, on peut obtenir deux limites entre lesquelles est nécessairement compris le prix moyen du quintal de farine.

On demande, d'après cela, entre quelles limites doit être compris le prix moyen du quintal de farine pour que le prix du kilogramme de pain de première qualité soit l'un des nombres :

$0^f,49$	$0^f,50$	$0^f,51$	$0^f,52$	$0^f,53$	$0^f,54$
$0^f,55$	$0^f,56$	$0^f,57$	$0^f,58$	$0^f,59$	$0^f,60$

30. Si l'on ne connaissait que le prix du kilogramme de pain de seconde qualité, les limites entre lesquelles pourrait être compris le prix moyen du quintal de farine seraient encore plus étendues, attendu qu'on ne peut savoir si le prix donné est la différence entre un nombre impair et 7 ou entre un nombre pair et 8.

On demande, entre quelles limites pourrait être compris le prix moyen du quintal de farine, si le prix du kilogramme de pain de seconde qualité était l'un des nombres :

$0^f,42$	$0^f,44$	$0^f,46$	$0^f,48$	$0^f,50$	$0^f,52$

31. On donne le nom de *mercuriales* aux tableaux officiels, arrêtés par l'autorité à la fin des marchés, et

constatant les prix courants des grains, des farines, etc. Avant l'établissement d'une caisse de service pour la boulangerie de Paris (décret du 27 décembre 1853), les mercuriales, adressées le 15 et le 30 de chaque mois au sous-préfet, servaient partout de base à la taxe du pain ; c'est-à-dire que le prix du kilogramme de pain de première qualité se calculait à Paris, comme il se calcule encore dans les départements, d'après le prix moyen du quintal de farines de première et seconde qualité, constaté par les mercuriales.

Des fraudes de toute espèce étaient souvent pratiquées par les intéressés pour fausser les mercuriales. Il est arrivé, par exemple, que des boulangers s'entendaient pour faire opérer sur le marché des ventes fictives de farines de première marque, à des prix élevés, afin de produire une hausse artificielle dans le prix du pain.

Supposons, par exemple, que les ventes d'une quinzaine aient été les suivantes :

1re marque :	18000	quintaux à	68f,50
	1680	—	66 ,50
	630	—	65 ,25
2e marque :	5400	—	64 ,50
	2880	—	64 ,25
	6000	—	63 ,70

Si la vente des 18 000 quintaux à 68f,50 n'était que simulée, quelle hausse factice produirait-elle sur le prix moyen du quintal de farine ?

32. Quelle serait la hausse factice correspondante sur le prix du kilogramme de pain ?

33. Quelle serait, en conséquence, le bénéfice illicite de chaque fraudeur, par quinzaine, en admettant qu'il cuise 3 sacs de farine par jour?

34. Que gagnerait, par an, chaque fraudeur s'il parvenait ainsi à faire hausser de 0f,016 le prix du kilogramme de pain?

35. Quel serait le tort journalier qu'une hausse factice de 2 centimes sur le prix du pain ferait à la population parisienne, en admettant toujours une consommation quotidienne de 2200 sacs?

36. Quel serait le tort annuel correspondant?

§ 2. Céréales.

37. Le blé se vend aujourd'hui par hectolitres. En 1756, le prix du setier de froment était de 15$^{\text{#}}$ 2^{s}; on demande le prix correspondant de l'hectolitre, sachant qu'un setier valait 156 litres et qu'une livre était les $\frac{80}{81}$ du franc.

38. En février 1856, le prix de l'hectolitre de blé était d'environ 35 fr.; quelle a été l'augmentation de prix, dans cet intervalle de 100 années, et quel est le rapport du nouveau prix à l'ancien?

39. En 1835, la quantité de blé récoltée en France a été:

pour les	9	départements	du Nord-Ouest, de.	8683043	hect.
	11	—	du Nord, de.....	18287731	
	10	—	du Nord-Est, de..	10633223	
	9	—	de l'Ouest, de....	7686204	

pour les 9 départements	du Centre, de....	5164842	hect.
9 —	de l'Est, de......	6116655	
9 —	du Sud-Ouest, de.	5669072	
10 —	du Sud, de......	5098850	
9 —	du Sud-Est, de...	3810664	
	la Corse, de......	547200	

On demande quelle a été la production totale, et quelle valeur représenterait une semblable récolte, au prix moyen de 30 fr. l'hectolitre?

40. Des expériences faites, par ordre de l'administration, pour déterminer le poids moyen de l'hectolitre de blé, ont donné les résultats suivants :

En 1828	$73^k,54$
1829	74 ,01
1830	74 ,51
1831	73 ,79
1832	76 ,28
1833	76 ,25
1834	75 ,49
1835	75 ,68

Quelle est la moyenne de ces résultats?

41. Le poids moyen de l'hectolitre de blé étant 75^k, on demande le poids que représente la récolte en blé de 1835, qui a été trouvée de 71697484 hectolitres.

42. Il faut, en moyenne, $3^{hect},12$ de blé pour donner un sac de farine. Quel poids de blé faut-il pour donner un quintal de farine?

43. Quel est le poids de blé qui représente la consommation journalière de Paris, estimée à 2200 sacs?

44. Combien le blé perd-il pour 100 de son poids quand il est converti en farine?

45. Quelle est la quantité de blé nécessaire pour faire un pain de 2 kilog.?

46. Voici, d'après les documents officiels, les nombres d'hectares de terre qui ont été ensemencés en blé, dans toute la France, pendant les années 1815, 1820, 1825, 1830 et 1835, ainsi que les nombres d'hectolitres de blé récoltés dans ces mêmes années sur la totalité des terres ensemencées :

Années.	Nombre d'hectares ensemencés.	Nombre d'hectolitres récoltés.
1815	4591677	34960971 ;
1820	4683788	44347720 ;
1825	4854169	61035177 ;
1830	5011704	52782008 ;
1835	5338043	71697484.

On demande d'en déduire le nombre moyen d'hectolitres de blé récoltés par hectare : 1° pour chacune des cinq années dont il s'agit ; 2° pour l'ensemble de ces cinq années.

47. En admettant le chiffre de 10^{hect},82 par hectare, quelle superficie de terre ensemencée faut-il en moyenne pour produire un sac de farine?

48. Quelle superficie de terre ensemencée faut-il pour produire la quantité de farine nécessaire à la consommation journalière de Paris, estimée à 2200 sacs?

49. Quelle superficie de terre ensemencée faut-il pour produire la quantité de farine nécessaire à la consommation annuelle de Paris?

50. Quelle est la superficie de terre ensemencée qui produirait le blé nécessaire à la fabrication d'un pain de 2 kilog.?

51. Le 21 février 1856, le blé de bonne qualité valait en moyenne 52f,50 l'hectolitre et demi. A la même époque, le quintal métrique de farine valait 64f,90. On demande de déduire de ces nombres le prix total du transport et de la mouture.

52. A combien pour 100 s'élèvent-ils comparativement au prix du blé?

53. Quel serait le taux de ces mêmes frais, rapportés au prix de la farine?

54. D'après les documents déjà cités, les quantités de terres ensemencées en seigle, pendant les années 1815, 1820, 1825, 1830 et 1835, et les quantités de seigle récoltées, ont été les suivantes:

Années.	Nombre d'hectares ensemencés.	Nombre d'hectolitres récoltés.
1815	2573920	19678595
1820	2696521	25400471
1825	2726940	26722151
1830	2696032	26876157
1835	2638948	32996950

On demande quel est le nombre moyen d'hectolitres de seigle récoltés par hectare pendant ces cinq années.

55. Le 21 février 1856, les 115 kilog. de seigle valaient moyennement 33f,50; à la même époque, l'hectolitre de seigle valait moyennement 20 fr. On demande d'en déduire le poids moyen de l'hectolitre de seigle.

56. Quelle serait, au prix de 20 fr. l'hectolitre, la valeur totale de la récolte en seigle de l'année 1835?

57. La production de l'orge, dans les années déjà citées, a donné les résultats suivants :

Années.	Nombre d'hectares ensemencés.	Nombre d'hectolitres récoltés.
1815	1072987	12999751
1820	1355583	19379157
1825	1229639	14485070
1830	1295479	19901716
1835	1300186	18184316

Quelle a été la production moyenne par hectare dans ces cinq années?

58. Le 21 février 1856, le quintal métrique d'orge se vendait au prix moyen de 23f,50; à la même époque, la valeur moyenne de l'hectolitre d'orge était de 16 fr. On demande de déduire de ces nombres le poids moyen de l'hectolitre d'orge.

59. Quelle serait, au prix moyen de 23f,50 l'hectolitre, la valeur de la récolte en orge faite en 1835?

60. La production de l'avoine, dans les années déjà plusieurs fois citées, a donné les résultats suivants :

Années.	Nombre d'hectares ensemencés.	Nombre d'hectolitres récoltés.
1815	2498481	36438171
1820	2556075	41692509
1825	2602452	33702863
1830	2760669	52480286
1835	2840360	49460057

Quelle a été la production moyenne par hectare dans ces cinq années ?

61. Des expériences faites en 1835 ont donné les résultats suivants pour le poids moyen de l'hectolitre d'avoine dans les 10 régions dans lesquelles la France peut être partagée (voy. le n° **39**) :

Régions.	Poids moyen de l'hectolitre d'avoine.
1re Nord-Ouest	48k,41
2e Nord	44 ,23
3e Nord-Est	42 ,12
4e Ouest	44 ,85
5e Centre	41 ,75
6e Est	41 ,08
7e Sud-Ouest	44 ,12
8e Sud	41 ,58
9e Sud-Est	42 ,90
10e Corse	(L'avoine n'y est pas cultivée.)

On demande le poids moyen pour toute la France (en supposant une égale production dans toutes les régions).

62. Le 21 février 1856, l'avoine se vendait à raison de 27f,50 les 150 kilog. Quelle serait, à ce prix, la valeur de la récolte en avoine de 1835 ?

63. Que valait l'hectolitre d'avoine le jour où les 150 kilog. valaient 27f,50 ?

64. En admettant, pour la production des céréales, les chiffres trouvés aux n^{os} **46, 54, 57** et **60**, c'est-à-dire 10^{hect},82 par hectare pour le blé, 9^{hect},87 pour le seigle, 13^{hect},58 pour l'orge et 16^{hect},12 pour l'avoine, quelle serait la valeur du produit d'un hectare de terres ensemencées, pour chacune des quatre espèces de grains considérées, au prix moyen de 30 fr. l'hectolitre pour le blé, 20 fr. pour le seigle, 16 fr. pour l'orge et 8 fr. pour l'avoine.

65. Aux prix indiqués dans le numéro précédent, quelles seraient les quantités de seigle, d'orge et d'avoine nécessaires pour former une valeur équivalente à celle de 100 hectolitres de blé?

66. En admettant toujours les données du n° **64**, quelle superficie de terres ensemencées en seigle, en orge, en avoine, faudrait-il pour produire une valeur équivalente à celle d'un hectare de terre ensemencé en blé?

67. Un propriétaire possède 150 hectares de terres labourables, dont $\frac{2}{5}$ ont été ensemencés en blé, $\frac{1}{3}$ en seigle, $\frac{1}{4}$ en avoine et le reste en orge; en admettant les données du n° **64**, quelle serait la valeur totale de sa récolte?

68. Un propriétaire avait 10 hectares de terres ensemencées, partie en blé, partie en avoine; la valeur de sa récolte a été de 2756^{f},90. En admettant toujours les données du n° **64**, on demande combien d'hectares avaient été ensemencés en blé et combien l'avaient été en avoine.

69. Quelle étendue de terres ensemencées faudrait-il pour produire une récolte en blé, en seigle, en orge ou en avoine, ayant une valeur de 1000 fr., les données du n° **64** étant toujours admises?

70. D'après les prix admis au n° **64**, quelle serait la valeur de 10 quintaux métriques de blé, de seigle, d'orge ou d'avoine?

71. Que deviendrait la valeur de la récolte d'un hectare de terre ensemencé en blé, en seigle, en orge ou en avoine, si, la production augmentant de 10 pour 100, le prix de l'hectolitre diminuait de 10 pour 100?

72. Que deviendrait la valeur de la récolte d'un hectare de terre ensemencé en blé, en seigle, en orge ou en avoine, si, la production diminuant de 20 pour 100, le prix de l'hectolitre s'élevait de 25 pour 100?

§ 3. Grains et fourrages.

73. Le 17 février 1856, les légumes secs se vendaient à Paris aux prix suivants :

Haricots de Soissons	....	29f,30 l'hect.
id. de Liancourt	....	24 ,00
id. ordinaires, du pays	....	21 ,00
id. flageolets	....	22 ,66
id. nains	....	19 ,33
Pois cassés	....	44 ,65
Lentilles	....	30 ,00
Vesces	....	16 ,00

Quelle serait, à ces prix, la valeur d'un approvisionnement qui se composerait de :

12	hectolitres	de haricots de	Soissons;
8	—	id.	Liancourt;
25	—	id.	ordinaires;
10	—	id.	flagcolets;
6	—	id.	nains;
30	—	pois cassés;	
30	—	lentilles;	
4	—	vesces.	

74. A la même époque, la graine de luzerne se vendait 140 fr. le quintal métrique. Sachant que le poids de graine nécessaire pour ensemencer une prairie est d'environ 30 kilog. par hectare, on demande ce que coûterait la graine nécessaire pour ensemencer une prairie de 2 hectares 6 ares et 50 centiares.

75. Le prix de la graine de trèfle variait, à la même époque, de 122 à 152 fr. les 104 kilog Une prairie a été ensemencée, savoir : deux cinquièmes avec de la graine valant 152 fr., et les trois autres cinquièmes avec de la graine valant 122 fr.; le prix total de la graine employée a été de 90 fr. On demande la superficie de la prairie, en admettant toujours qu'il a fallu 30 kilog. de graine par hectare.

76. La graine de ray-grass anglais valait, dans le même temps, environ 70 fr. la balle de 100 kilog., et le ray-grass d'Italie valait environ 115 fr. Deux prairies ont été ensemencées, l'une avec du ray-grass anglais, l'autre avec du ray-grass d'Italie; la quantité de

graine employée pour la première prairie a coûté deux fois plus que celle qui été employée pour la seconde. On demande la superficie de la seconde, sachant que la première était de 46 ares (on suppose que le poids de graine employée par are est le même pour les deux espèces de graines).

77. Si l'on a dépensé 12f,88 de graine pour ensemencer la première des deux prairies du numéro précédent, quel est le poids de graine employée par are ?

78. Un cultivateur a ensemencé une prairie avec un mélange de graine de trèfle à 1f,30 le kilog. et de ray-grass à 0f,70 ; ce mélange lui est revenu à 1f,05 le kil. On demande combien il a employé de ray-grass, sachant qu'il a employé 28k,50 de trèfle.

79. On a acheté hors barrières 250 bottes de foin sec, au prix de 51f,50 les 100 bottes. Le droit d'entrée dans Paris étant de 6 fr. pour 100 bottes, et le poids d'une botte étant de 5 kilog., on demande le prix de revient des 100 kilog. de foin.

80. On a acheté hors barrières 300 bottes de luzerne sèche, pesant chacune 5 kilog. ; les droits d'entrée dans Paris étant de 6 fr. pour 100 bottes, on a trouvé que le prix de revient des 100 kilog. était de 11f,20. On demande ce qu'on a payé sur place les 100 bottes.

81. Une prairie artificielle de 2 hectares 40 ares de superficie a donné, en deux coupes égales, 82620 kilog.

de fourrage vert; qu'a-t-elle produit par hectare dans une seule coupe?

82. En passant à l'état de foin see, le fourrage vert perd les $\frac{7}{9}$ de son poids. Quel a été, d'après cela, le poids de foin sec produit par la prairie considérée au numéro précédent, et quel a été le poids de foin sec produit par hectare?

83. Quel est le prix du foin sec produit par la prairie considérée aux deux numéros précédents, et quel est le prix du foin sec produit par hectare, en admettant que la valeur des 100 bottes soit de 48 fr.?

84. Une prairie artificielle de 2 hectares 55 ares a produit, en deux coupes égales, une quantité de fourrage qui, réduite à l'état de foin sec, a été vendue, à raison de 51f,50 les 100 bottes, au prix total de 1523f,37. On demande le poids de foin vert produit par hectare et par coupe.

85. On peut admettre que pour 100 kilog. de bétail vivant, la consommation moyenne en fourrage vert est de 15k,75 par jour; en fourrage sec elle est 5 fois moindre, parce qu'on y joint d'ordinaire d'autres substances alimentaires. On demande, d'après cela, quelle superficie devrait avoir une prairie qui produit 4500 kilog. de fourrage sec par hectare, pour nourrir 3600 kilog. de bétail vivant en fourrage vert pendant 4 mois et en fourrage sec pendant le reste de l'année.

86. Une prairie naturelle de 1 hectare 80 ares donne

annuellement 1440 kilog. de fourrage vert par 40 ares. On demande : 1° quel poids vivant de bétail elle pourra nourrir pendant les quatre mois d'été; et 2° quelle serait, à raison de 38f,50 les 100 bottes, la valeur du foin sec qu'elle peut fournir.

87. Le poids de la paille de froment est moyennement de 167 kilog. par hectolitre de froment. Quel est, d'après cela, le poids de paille fourni par un champ de froment dont la superficie est de 2 hectares 46 ares, et qui donne 12 hectolitres 50 litres par hectare?

88. Quelle valeur représenterait le poids de paille du numéro précédent, au prix de 31f,50 les 100 bottes, du poids de 5 kilog. chacune, et que faudrait-il payer en sus pour l'entrée dans Paris, le droit étant de 2f,40 par 100 bottes?

89. Le poids de la paille de seigle est moyennement de 175 kilog. par hectolitre de seigle; on a payé sur place 428f,40 la paille produite par un champ de 3 hectares 60 ares, qui a donné 10 hectolitres de seigle par hectare. A combien reviennent les 100 bottes (de 5 kil. chacune)?

90. Le poids de la paille d'avoine est moyennement de 47 kilog. par hectolitre d'avoine; on a payé sur place 56f,75 la paille fournie par un champ d'avoine qui donne 16 hectol. par hectare. On demande sa superficie, sachant que la paille a été achetée à raison de 41 fr. les 1000 kilog.

91. Un fermier a 3 hectares 56 ares ensemencés en froment, produisant $14^{\text{hect}},50$ de froment par hectare; 2 hectares 20 ares ensemencés en seigle, produisant $9^{\text{hect}},80$ de seigle par hectare; 1 hectare 84 ares ensemencés en avoine, produisant 16 hectolitres d'avoine par hectare; 1 hectare 66 ares de prairies artificielles donnant annuellement par hectare 25200 kilog. de fourrage vert; enfin 87 ares de prairie naturelle donnant par are 45 kilog. de fourrage vert. On demande quelle sera la valeur totale du produit annuel en pailles et fourrages, en admettant que la paille de froment vaille $29^{f},50$ les 100 bottes, que la paille de seigle vaille $32^{f},80$ les 100 bottes, que la paille d'avoine vaille $38^{f},60$ les 1000 kilog., enfin que le foin sec vaille $47^{f},50$ les 100 bottes.

92. Dans l'armée, la ration journalière du cheval peut être évaluée, en moyenne, à $5^{k},5$ de foin sec et 5 kilog. de paille. On demande : 1° ce que coûterait, au prix de 38 fr. les 100 bottes de foin, et de 28 fr. les 100 bottes de paille, la consommation annuelle d'un régiment de cavalerie comptant à l'effectif 940 chevaux; et 2° quelle devrait être l'étendue de terres consacrées à cette consommation, en admettant une production de 26100 kilog. de fourrage vert par hectare de prairie, et de 12 hectol. de blé par hectare de terres ensemencées.

§ 4. Bestiaux et viandes de boucherie.

93. On a acheté : 1° un bœuf, de première qualité, pesant 382 kilog , au prix de 1f,35 le kilogramme; 2° un bœuf, de seconde qualité, pesant 341 kilog., au prix de 1f,25; 3° une vache, pesant 280 kilog., au prix de 0f,95; 4° enfin un veau, de seconde qualité, pesant 59 kilog., au prix de 1f,75. On demande le prix de chaque animal, et le prix total de la vente.

94. On a payé 3536 fr. pour 8 bœufs, dont le poids moyen est de 340 kilog.; quelle est la valeur du kilogramme?

95. On a payé 4972f,50 pour 50 veaux, achetés au prix de 1f,70 le kilogramme; quel est le poids moyen de chacun d'eux?

96. Il a été vendu, à l'un des marchés de Poissy, 170 vaches, dont 41, du poids moyen de 300 kilog., au prix de 1f,02 le kilogramme; 69, du poids de 260 kilog., au prix de 0f,94; et 60, du poids de 240 kilog., au prix de 0f,86. On demande le prix moyen du kilogramme.

97. On a payé 18468 fr. pour 342 moutons, achetés au prix moyen de 1f,44 le kilogramme; quel est le poids moyen d'un mouton?

98. Il a été vendu, à l'un des marchés de Poissy, 1850 bœufs, 170 vaches, 550 veaux et 10000 moutons. On demande le poids approximatif des bestiaux

vendus, en adoptant 360 kilog. pour le poids moyen d'un bœuf, 300 kilog., pour celui d'une vache, 60 kilog., pour celui d'un veau, et 37k,5 pour celui d'un mouton. On demande, en outre, la valeur approximative de ces bestiaux, en adoptant les prix moyens suivants pour ceux du kilogramme, savoir : bœuf, 1f,25; vache, 0f,94; veau, 1f,70; mouton, 1f,46.

99. Quel serait, en admettant les données du numéro précédent, le prix moyen du kilogramme de viande, achetée sur pied ?

100. On a payé 740 fr. pour le transport de 8 bœufs, 15 veaux et 35 moutons, de Rouen à Poissy, par le chemin de fer. Sachant que, sur cette voie, le transport d'un bœuf coûte autant que celui de 3 veaux, ou que celui de 5 moutons, on demande ce qui a été payé pour chaque bœuf, pour chaque veau et pour chaque mouton, et quel est le prix du transport par kilomètre pour chacun de ces animaux, la distance parcourue étant de 110 kilomètres.

101. A Paris, un boucher débite moyennement, par semaine, 2 bœufs $\frac{1}{2}$, 2 veaux $\frac{1}{4}$ et 5 moutons. On demande quel est le poids total de viande débitée, en adoptant comme poids moyen du bœuf 360 kilog., pour celui du veau 60 kilog., et pour celui du mouton 37k,5.

102. Quel est, d'après les données du numéro précédent, le poids de viande débitée par un boucher dans le courant d'une année; et quelle valeur représente-

t-elle au prix moyen de 1f,38 le kilogramme pour le bœuf, de 1f,46 pour le veau, et de 1f,32 pour le mouton?

103. Le nombre des bouchers de Paris étant de 501, on demande, en adoptant comme des moyennes les nombres trouvés aux deux numéros précédents, quel est le poids total de viande débitée par an, et quelle valeur elle représente.

104. En 1854, il est sorti des abattoirs de Paris 49115109 kilog. de viande. Si l'on admet, pour le poids de viande débitée par les bouchers de Paris, le nombre trouvé au numéro précédent, savoir 31848570 kilog., quel a été le poids de viande sortant des abattoirs débitée par les forains, ou vendue à la criée?

105. Indépendamment des 49115109 kilog. de viande sortie des abattoirs, il a été consommé à Paris, en 1854, 13964028 kilog. de viande provenant de l'extérieur. Quel a été le poids total de viande consommée dans Paris pendant cette année; et quelle a été la consommation moyenne par personne et par jour, en admettant pour le chiffre de la population celui qui résulte du recensement de 1851, savoir 1053262 habitants?

106. D'après M. Payen, la ration normale d'un homme devrait comprendre 357 gr. de viande (avec la proportion d'os ordinaire). En la réduisant à 300 gr. en moyenne, pour tenir compte des différences de sexe et d'âge, quelle serait la consommation annuelle de la ville de Paris?

107. Les frais généraux d'un boucher peuvent être évalués comme il suit, en moyenne et d'une manière approximative : loyer de l'étal et du logement, 1500 fr., plus le droit proportionnel de 10 pour 100; patente, 75 fr.; aux employés de l'abattoir, 40 fr.; gages d'un étalier à 25 fr. la semaine, d'un 1er garçon à 20 fr. la semaine, d'un 2e garçon à 7 fr. la semaine, et d'une domestique à 5 fr. la semaine; nourriture de 6 personnes (le boucher, sa femme, faisant les fonctions de dame de comptoir, et ses quatre domestiques), à raison de 1f,75 par personne; plus les frais de voyage à Sceaux et à Poissy, l'amenage des bestiaux, les frais d'abattoir, d'échaudoir et de transport des viandes; le tout évalué à environ 60 fr. par semaine. On demande, d'après cela, quel est le total des frais généraux pour l'année, et à combien ils s'élèvent par kilogramme de viande débitée, le poids total débité étant celui qui a été trouvé au n° **102**.

108. Un boucher a acheté au marché de Sceaux, à raison de 1f,03 le kilogramme, un bœuf pesant 383 kilog.; il a payé 12 centimes $\frac{1}{3}$ par kilogramme de droits d'octroi, et les frais généraux reviennent, comme on l'a vu au n° précédent, à 0f,18 par kilogramme. D'un autre côté, l'animal dont il est question a produit 288 kilog. de viande, dont $\frac{1}{12}$ a été vendu comme viande de luxe à 3 fr. le kilogramme,

$\frac{1}{3}$	comme viande de	1re	catégorie	à 1f,95	le kilogramme,
$\frac{1}{4}$	—	2e	—	1 ,55	—
$\frac{1}{6}$	—	3e	—	1 ,15	—
et $\frac{1}{6}$	—	4e	—	0 ,85	—

De plus, le cuir, pesant 50 kilog., a été vendu à raison de 0f,56 le kilogramme ; le suif, pesant 37kil,50, a été vendu à raison de 0f,80 le kilogramme; enfin les abats et issues ont produit 9f,50. On demande, d'après ces données, de calculer le bénéfice net du boucher, et le taux de ce bénéfice, rapporté au prix d'achat.

109. Quel est le taux de ce même bénéfice rapporté au prix de vente?

110. Si le bénéfice moyen de chaque boucher n'était que de 4f,42 pour 100 du prix de vente, quel serait son bénéfice annuel, en admettant les données du n° **102**?

111. Si le bénéfice d'un boucher est réellement de 12000 fr. par an, quel est le taux de ce bénéfice rapporté au prix de vente, en admettant toujours les données du n° **102**?

§ 5. **Vins, esprits, huiles.**

112. On a acheté 15 bouteilles de vin fin à 3f,50 la bouteille, et 50 bouteilles de vin ordinaire à 0f,75; que doit-on payer, sachant que, pour les vins au-dessous de 3 fr., on doit consigner en sus 20 centimes par bouteille pour le prix du verre?

113. On a payé 220 fr. une pièce de vin ordinaire, contenant 267 grandes bouteilles de 9 décilitres; on

demande à combien reviennent le litre, la grande bouteille et la bouteille ordinaire de 8 décilitres?

114. Pour évaluer la capacité d'un tonneau on emploie, dans les contributions indirectes, le procédé qui suit :

On mesure le diamètre intérieur du cercle qui forme le bout du tonneau et que l'on nomme le *jable*. On mesure le diamètre intérieur du cercle mené à égale distance des deux bouts et passant par la bonde, cercle que l'on nomme le *bouge*. On mesure enfin la longueur intérieure de la pièce, d'un bout à l'autre bout. Cela fait, on forme le carré du diamètre du jable, on y ajoute le double du carré du diamètre du bouge, on multiplie la somme par la longueur de la pièce, enfin on multiplie le résultat par le nombre 0,262.

On demande, d'après cela, quelle est la capacité d'une pièce ayant les dimensions suivantes :

Diamètre du jable.............	$0^{m},56$.
Diamètre du bouge.............	$0^{m},64$.
Longueur de la pièce.........	$0^{m},88$.

115. Les vins payent, à leur entrée dans Paris, 10 fr. par hectolitre de droits d'octroi, 8 fr. par hectolitre de droits d'entrée, plus 2 décimes par franc sur chacun des deux droits qui viennent d'être nommés. Que payerait, d'après cela, une barrique jaugeant $233^{lit},3$.

116. On a fait venir de Bordeaux une barrique de vin fin, valant à Bordeaux même 1320 fr. On a payé 11 fr. pour le transport par le chemin de fer. On de

mande ce que vaudra cette barrique, les droits d'entrée acquittés, sachant qu'elle a les dimensions suivantes :

Diamètre du jable.............	0^{m},52.
Diamètre du bouge............	0^{m},61.
Longueur....................	0^{m},90.

On demande, en outre, à combien reviendra la bouteille de 75 centilitres de ce vin.

117. Un commerçant a fait venir à Paris 22 barriques de vin jaugeant ensemble 52 hectolitres 60 litres, qui, rendues à la barrière, lui reviennent à 90 centimes le litre. Après leur entrée, il leur fait subir l'opération du mouillage, c'est-à-dire qu'il y ajoute 25 litres d'eau par hectolitre. Combien devra-t-il vendre au détail la bouteille de 0^{lit},75 pour gagner 30 pour 100 sur le prix de revient ?

118. Un commerçant mêle 230 litres de vin, qui lui reviennent à 1^{f},05 le litre, avec 450 litres de vin qui lui reviennent à 0^{f},85 le litre; il y ajoute 40 litres d'eau. Combien devra-t-il vendre la bouteille de 0^{lit},75 de ce vin pour faire un bénéfice de 25 pour 100 ?

119. Un commerçant a du vin à 1^{f},10 le litre et du vin à 0^{f},80 le litre. Combien devra-t-il mêler de la seconde qualité à 24 hectolitres de la première, pour qu'en ajoutant 20 litres d'eau par hectolitre il obtienne un mélange valant 0^{f},60 la bouteille de 75 centilitres ?

120. Il a été importé en France, pendant l'année

1854, 18255239 litres de vins en futailles et 120399 litres de vins en bouteilles. La valeur de ces vins est portée, dans les tableaux officiels, à 12778667 fr. pour les vins en futailles et à 330932 fr. pour les vins en bouteilles. On demande la valeur moyenne du litre pour les vins importés en futailles, et la valeur moyenne de la bouteille pour les vins importés en bouteilles.

121. Il a été exporté de France, pendant la même année, 1210451 hectolitres de vins ordinaires, dont la valeur totale est portée, dans les états officiels, à 133703271 fr. Quelle est la valeur moyenne de l'hectolitre ?

122. Dans cette même année 1854, la ville de Paris a consommé 1063504 hectolitres de vins en cercles et 10345 hectolitres de vins en bouteilles. Quelle a été la consommation moyenne par personne et par jour, en admettant, pour le chiffre de la population, le nombre 1053000 habitants.

123. On demande à combien s'élève l'ensemble des droits payés, à leur entrée dans Paris, par les vins consommés en 1854, sachant que les vins en bouteilles payent 17 fr. au lieu de 10 fr. par hectolitre de droits d'octroi, indépendamment des droits d'entrée et des décimes en sus mentionnés au n° **115**.

124. On a acheté à Bordeaux une pièce d'eau-de-vie d'Armagnac à 52 degrés, jaugeant 630 litres, au prix de 140 fr. l'hectolitre ; une pièce de trois-six du Languedoc, à 86 degrés, jaugeant 725 litres, au prix

de 150 fr. l'hectolitre; et 45 hectolitres de trois-six de betterave, 1[re] qualité, à 90 degrés, au prix de 110 fr. l'hectolitre. Quel est le prix total de ces spiritueux ?

125. A leur entrée dans Paris, les esprits payent divers droits, à raison de la quantité d'alcool pur qu'ils contiennent. Cette quantité est exprimée en centièmes du volume total par le *degré* de chaque esprit. Dire, par exemple, qu'une eau-de-vie est à 52 degrés, c'est dire qu'elle contient les 52 centièmes de son volume d'alcool pur. La somme à payer pour chaque hectolitre se composant de 23f,50 de droits d'octroi, de 66 fr. de droits d'entrée, plus de 2 décimes par franc sur chacun des deux droits énoncés, on demande à combien s'élèvent les droits pour chacune des quantités d'esprit énoncées au numéro précédent.

126. Pour apprécier la force d'un esprit on fait usage d'un aréomètre spécial que l'on nomme *alcoomètre centésimal*. Il marque 0° dans l'eau pure et 100° dans l'alcool pur; lorsqu'on le plonge dans un esprit, il marque un nombre intermédiaire qui exprime en centièmes le rapport du volume d'alcool pur contenu au volume total; c'est ce rapport que l'on nomme la *force* de l'esprit.

Mais les indications de l'alcoomètre ne sont exactes qu'autant que l'on opère à la température de 15°. Quand la température est différente, il faut ramener les indications de l'instrument à ce qu'elles seraient si le thermomètre marquait 15°. Pour cela on a construit une table de correction, dont nous donnons un extrait.

	35^{c}	40^{c}	45^{c}	50^{c}	55^{c}	60^{c}	65^{c}	70^{c}	75^{c}	80^{c}	85^{c}	90^{c}
0°	41,1 1009	45,9 1011	50,7 1011	55,4 1012	60,2 1012	65,0 1013	69,9 1013	74,7 1014	79,5 1014	84,3 1014	88,9 1014	93,6 1015
1°	40,8 1009	45,5 1010	50,0 1010	55,1 1011	59,9 1011	64,7 1012	69,6 1012	74,3 1013	79,2 1013	84,0 1013	88,7 1013	93,3 1014
2°	40,4 1008	45,1 1009	49,9 1010	54,7 1010	59,5 1010	64,4 1011	69,3 1011	74,0 1012	78,9 1012	83,7 1012	88,5 1012	93,1 1013
3°	40,0 1007	44,8 1008	49,6 1009	54,3 1009	59,2 1010	64,1 1010	68,9 1010	73,7 1011	78,6 1011	83,5 1011	88,2 1011	92,9 1012
4°	39,5 1007	44,4 1008	49,2 1008	54,0 1009	58,9 1009	63,7 1009	68,6 1010	73,4 1010	78,3 1010	83,2 1010	87,9 1011	92,7 1011
5°	39,1 1008	44,0 1007	48,8 1007	53,6 1008	58,5 1008	63,4 1008	68,3 1009	73,1 1009	78,0 1009	82,9 1010	87,7 1010	92,4 1010
6°	38,7 1005	43,6 1008	48,4 1007	53,3 1007	58,1 1007	63,0 1008	68,0 1008	72,8 1008	77,7 1008	82,6 1009	87,4 1009	92,2 1009
7°	38,2 1005	43,2 1005	48,1 1006	52,9 1006	57,8 1006	62,7 1007	67,6 1007	72,5 1007	77,4 1007	82,3 1008	87,2 1008	91,9 1008
8°	37,8 1004	42,8 1005	47,7 1005	52,6 1005	57,5 1006	62,4 1008	67,3 1008	72,2 1006	77,1 1006	82,0 1007	86,9 1007	91,7 1007
9°	37,4 1004	42,4 1004	47,3 1004	52,2 1005	57,1 1005	62,0 1005	67,0 1005	71,9 1005	76,8 1005	81,7 1006	86,6 1006	91,5 1006
10°	37,0 1003	42,0 1003	46,9 1004	51,8 1004	56,8 1004	61,7 1004	66,7 1004	71,6 1004	76,5 1005	81,5 1005	86,4 1005	91,2 1005
11°	36,6 1002	41,6 1003	46,6 1003	51,5 1003	56,4 1003	61,4 1003	66,4 1003	71,3 1004	76,2 1004	81,2 1004	86,1 1004	91,0 1004
12°	36,2 1002	41,2 1002	46,2 1002	51,1 1002	56,0 1002	61,0 1002	66,0 1002	71,0 1003	75,9 1003	80,9 1003	85,8 1003	90,7 1003
13°	35,8 1001	40,8 1001	45,8 1002	50,8 1002	55,7 1002	60,7 1002	65,7 1002	70,6 1002	75,6 1002	80,6 1002	85,5 1002	90,5 1002
14°	35,4 1001	40,4 1001	45,4 1001	50,4 1001	55,3 1001	60,3 1001	65,3 1001	70,3 1001	75,3 1001	80,3 1001	85,3 1001	90,2 1001
15°	35,0 1000	40,0 1000	45,0 1000	50,0 1000	55,0 1000	60,0 1000	65,0 1000	70,0 1000	75,0 1000	80,0 1000	85,0 1000	90,0 1000
16°	34,5 999	39,5 899	44,6 999	49,6 999	54,6 999	59,6 999	64,7 999	69,7 999	74,7 999	79,7 999	84,7 999	89,7 999
17°	34,1 999	39,1 999	44,2 998	49,3 998	54,3 998	59,3 998	64,3 998	69,3 998	74,3 998	79,4 998	84,4 998	89,5 998

	35c	40c	45c	50c	55c	60c	65c	70c	75c	80c	85c	90c
18°	33,7 996	38,7 998	43,8 998	48,9 998	53,9 998	58,9 997	64,0 997	69,0 997	74,0 997	79,1 997	84,1 997	89,2 997
19°	33,3 998	38,3 997	43,5 997	48,5 997	53,6 997	58,6 997	63,7 997	68,7 996	73,7 996	78,8 996	83,9 996	88,9 996
20°	32,9 997	37,9 997	43,1 996	48,2 996	53,2 996	58,2 998	63,3 996	68,4 996	73,4 995	78,5 995	83,6 995	88,7 995
21°	32,5 997	37,5 996	42,7 996	47,8 995	52,9 995	57,9 995	63,0 995	68,1 995	73,1 994	78,2 994	83,3 994	88,4 994
22°	32,1 996	37,1 996	42,3 995	47,4 995	52,5 994	57,5 994	62,7 994	67,8 994	72,8 993	77,9 993	83,0 993	88,2 993
23°	31,7 996	36,7 995	41,9 994	47,0 994	52,1 994	57,1 993	62,3 993	67,4 993	72,5 992	77,6 992	82,7 992	87,9 992
24°	31,3 995	36,3 994	41,5 994	46,6 993	51,8 993	56,8 992	62,0 992	67,1 992	72,2 992	77,3 991	82,4 991	87,6 991
25°	30,9 995	35,9 994	41,1 993	46,3 993	51,4 992	56,5 962	61,6 991	66,7 991	71,8 991	77,0 991	82,1 990	87,4 990
26°	30,5 994	35,5 993	40,7 992	45,9 992	51,0 991	56,1 991	61,3 990	66,4 990	71,5 990	76,7 990	81,8 989	87,1 989
27°	30,1 994	35,1 993	40,3 992	45,5 991	50,7 990	55,8 990	60,9 990	66,0 989	71,2 989	76,3 989	81,5 988	86,8 988
28°	29,7 993	34,7 992	39,9 991	45,1 990	50,3 990	55,4 989	60,6 989	65,7 988	70,9 988	76,0 988	81,2 987	86,5 987
29°	29,3 993	34,3 992	39,5 991	44,7 990	49,9 989	55,0 988	60,2 988	65,4 988	70,6 987	75,7 987	80,9 986	86,2 986
30°	28,9 992	33,9 991	39,1 990	44,3 989	49,6 988	54,7 998	59,9 987	65,0 987	70,3 986	75,4 986	80,6 985	86,0 985

Les nombres de la première colonne verticale désignent les températures, depuis 0 jusqu'à 30 degrés. Les nombres de la première colonne horizontale représentent les indications de l'alcoomètre en centièmes, c'est-à-dire les *forces apparentes* des esprits. Dans la case qui se trouve à la rencontre de deux colonnes quelconques, l'une horizontale et l'autre verticale, on trouve deux nombres : le nombre supérieur est la *force*

réelle qui correspond à la température et à la force apparente considérées; le nombre inférieur exprime, en litres, le volume qu'occuperait à 15° la quantité de liquide qui occupe 1000 litres à la température considérée. Ainsi, à la rencontre de la colonne verticale qui a pour titre 50ᶜ et de la colonne horizontale qui répond à 10°, on trouve les nombres 51,8 et 1004; le premier de ces nombres nous apprend qu'un esprit qui marque 50 centièmes à l'alcoomètre, à la température de 10°, marquerait 51,8 à la température de 15°; le second nombre nous apprend qu'une quantité de cet esprit qui occupe 1000 litres à 10° en occuperait 1004 à 15°.

Cela posé, on demande de déterminer la *richesse* d'un esprit qui marque 85ᶜ à la température de 28°, c'est-à-dire le nombre de litres d'alcool à la température de 15° contenus dans 1000 litres de cet esprit.

127. Quelle est la richesse d'une eau-de-vie qui marque 45ᶜ à l'alcoomètre, à la température de 6°?

128. Quelle est la richesse d'un liquide spiritueux qui marque 78ᶜ à la température de 2° $\frac{1}{2}$?

129. On a expédié de Montpellier à Paris une pièce d'esprit, dont la force apparente était 85ᶜ à la température de 25°. A Paris, et à la température de 10°, sa force apparente est 80,6. On demande si le liquide n'a pas été altéré en route.

130. La même pièce contenait 700 litres à son départ de Montpellier, elle ne contient plus que 689ˡⁱᵗ,50

à son arrivée à Paris; cette diminution est-elle due à la différence des températures 25° et 10°, ou le volume du liquide a-t-il été altéré?

131. Une pièce d'eau-de-vie qui, à 10°, a une force apparente de 50°, contient 629 litres; à combien s'élèveront les droits qu'elle devra acquitter à son entrée dans Paris?

132. Que devra payer, à son entrée dans Paris, une pièce d'esprit contenant 724 litres, et dont la force apparente est 90° à la température de 30°?

133. On obtient des esprits d'une force inférieure en faisant subir à un esprit d'une force supérieure l'opération du *mouillage*, qui consiste à y ajouter un certain volume d'eau. On demande quel est le volume d'esprit à 75° que l'on peut obtenir en mouillant 730 litres d'esprit à 80°.

134. On mouille une eau-de-vie à 52° pour en faire de l'eau-de-vie à 50°; si le volume primitif était 620 litres, quel sera le volume après le mouillage?

135. Dans l'opération du mouillage, l'accroissement de volume ne représente pas exactement le volume d'eau ajouté, attendu que par l'effet de la réaction chimique il s'opère une contraction. On a construit, d'après l'expérience, des tables qui donnent le volume d'eau nécessaire pour faire passer un esprit d'une force supérieure donnée à une force inférieure également donnée. En voici un extrait :

	30^c	35^c	40^c	45^c	50^c	55^c	60^c	65^c	70^c	75^c	80^c	85^c
35^c	167											
40^c	335	144										
45^c	505	290	127									
50^c	675	436	256	114								
55^c	846	583	385	229	103							
60^c	1017	73	514	345	208	95						
65^c	1190	879	645	461	313	190	88					
70^c	1363	1028	776	578	418	286	176	81				
75^c	1536	1178	908	695	524	383	265	164	76			
80^c	1711	1329	1040	813	631	481	354	247	153	72		
85^c	1886	1480	1173	933	739	579	445	330	231	145	68	
90^c	2062	1633	1308	1053	848	679	537	415	311	219	138	66

Les forces supérieures sont indiquées dans la première colonne verticale, les forces inférieures dans la première colonne horizontale. Le nombre placé à la rencontre de deux colonnes quelconques, l'une horizontale et l'autre verticale, exprime le nombre de litres d'eau qu'il faut ajouter à 1000 litres de l'esprit supérieur pour obtenir l'esprit inférieur. Ainsi, à la rencontre de la colonne horizontale qui répond à 65e et de la colonne verticale qui a pour titre 45e, on trouve le nombre 461 ; ce nombre indique que, si à 1000 litres d'un esprit dont la force est 65e on ajoute 461 litres d'eau, on obtiendra un esprit dont la force sera 45e.

Cela posé, on demande quelle contraction se produit

quand on mouille 730 litres d'un esprit à 90^{c} pour l'abaisser à 85^{c}.

136. Quelle est la contraction qui se produira en mouillant un liquide spiritueux dont le volume est de 540 litres, pour l'abaisser de la force de 55^{c} à la force de 50^{c}?

137. On prépare souvent un esprit d'une force demandée en mêlant, dans des proportions convenables, deux esprits différents, dont l'un est d'une force supérieure à la force demandée, et l'autre d'une force inférieure. Si l'on néglige la contraction, ce problème peut être résolu comme un problème de mélange ordinaire.

On demande, dans cette hypothèse, combien il faudrait ajouter d'un esprit dont la force est 75^{c}, à 450 litres d'un esprit dont la force est 90^{c} pour faire un esprit dont la force soit 85^{c}.

138. Pour tenir compte de la contraction, ou, plus généralement, des changements de volume résultant de l'action chimique, il faut connaître la relation qui lie les volumes et les forces avec les données du tableau n° **135**. — Cette relation s'obtient en remarquant que le volume d'eau qu'il faut ajouter à l'esprit de la force supérieure pour l'amener à la force moyenne doit être égal à celui qu'il faudrait enlever à l'esprit de la force inférieure pour l'amener à cette même force moyenne, ou, ce qui revient au même, au volume d'eau qu'il faudrait ajouter à l'esprit de la force moyenne pour l'amener à la force inférieure.

On propose d'établir sur ce principe la relation demandée.

139. La relation obtenue au numéro précédent, et qui est la règle donnée par Gay-Lussac, peut s'énoncer en disant :

Le volume de l'esprit le plus fort est au volume de l'esprit le plus faible, comme le produit de la force inférieure par le nombre de litres d'eau nécessaire pour amener 1000 *litres d'un esprit de la force moyenne à la force inférieure, est au produit de la force moyenne par le nombre de litres d'eau nécessaire pour amener* 1000 *litres d'un esprit de la force supérieure à la force moyenne.*

On demande de résoudre le problème du n° **137** en tenant compte des changements de volume dus à l'action chimique.

140. Trouver, d'après la loi démontrée au n° **133**, la règle générale pour obtenir le volume du mélange.

141. Sachant que, *pour trouver le volume du mélange, il faut multiplier chacun des volumes mélangés par la force qui lui correspond, faire la somme des produits, et diviser par la force moyenne,*

On demande de déduire des données du n° **137** le volume du mélange.

142. On a 260 litres d'eau-de-vie à 45^{c}; combien faut-il y ajouter d'eau-de-vie à 55^{c} pour la *remonter* jusqu'à 50^{c}; et quel sera le volume du mélange ?

143. On a payé 1080 fr. une pièce d'esprit à 90^{c},

jaugeant 720 litres; on mouille cet esprit pour en faire du 75^{c}; combien vaudra l'hectolitre de ce dernier?

144. Une pièce d'eau-de-vie à 40^{c}, jaugeant 540 litres, a été payée 621 fr. On remonte cette eau-de-vie jusqu'à 50^{c} au moyen d'une quantité convenable d'eau-de-vie à 55^{c}, valant 144 fr. l'hectolitre. On demande ce que vaudra l'hectolitre du mélange.

145. Avant l'adoption de l'alcoomètre centésimal, on employait au même usage l'*aréomètre de Cartier*, instrument beaucoup moins exact, mais dont quelques négociants se servent encore dans le Midi de la France. Voici la correspondance établie par Gay-Lussac entre les deux appareils :

Degrés de Cartier.	Degrés centésimaux.	Degrés de Cartier.	Degrés centésimaux.
10	0,0	25	67,7
11	5,3	26	70,2
12	11,6	27	72,6
13	18,8	28	74,8
14	26,1	29	77,0
15	32,6	30	79,1
16	37,9	31	81,2
17	42,5	32	83,2
18	46,5	33	85,1
19	50,1	34	86,9
20	53,4	35	88,6
21	56,5	36	90,2
22	59,5	37	91,8
23	62,3	38	93,3
24	65,0	...	......

On se sert aussi, dans le Midi, d'une ancienne mesure de capacité nommée *velte*, qui vaut 7^{lit},61.

D'après cela, on demande quelle est la quantité d'alcool pur contenu dans une pièce d'eau-de-vie de 27 veltes qui, à 15°, marque 19° $\frac{3}{4}$ à l'aréomètre de Cartier.

146. On a fait venir d'Espagne une pièce d'eau-de-vie jaugeant 15 cantara (de $13^{lit},97$), et marquant 21 degrés à l'aréomètre de Cartier, à la température de 30°. Cette pièce a été payée sur place 315 fr. On demande : 1° quelle devra être sa force apparente à la température de 10°, et combien elle devra contenir de litres à cette température ; 2° combien il faudra y ajouter d'eau pour abaisser sa force réelle de 1 centième ; 3° combien on devra vendre au détail la bouteille de 75 centilitres de cette eau-de-vie ainsi mouillée pour gagner 6 pour 100 sur le prix de revient, en tenant compte des droits payés à l'entrée dans Paris et des frais de transport estimés à 7 pour 100 du prix d'achat.

147. Les huiles se vendent au quintal métrique. Au 20 février 1856, le cours officiel des huiles de colza, à Paris, hors barrière, était de $121^{f},50$ le quintal. On demande ce que valaient à cette époque 28 quintaux d'huile de colza, entrés dans Paris, sachant que les droits d'entrée étaient de $27^{f},70$ par quintal.

148. Un baril d'huile d'olive, jaugeant $91^{lit},50$, a été vendu $142^{f},45$. On demande ce que valait le quintal métrique de cette huile, sachant que le litre d'huile d'olive pèse $915^{gr},3$.

149. A Marseille, les négociants ont conservé l'habitude d'employer, dans le commerce des huiles, une

unité de poids appelée *millerole*, qui équivaut à 59 kilog. Un commerçant de cette ville expédie à Rouen 34 milleroles d'huile d'olive, à 84f,25 chacun. Les frais de transport par mer étant évalués à 37f,50 par tonneau métrique, et le poids de chaque millerole devant être porté à 70 kilog., pour tenir compte du poids des futailles, on demande à combien reviendra, à Rouen, le quintal métrique de cette huile.

150. Il a été importé, par Marseille, les quantités suivantes d'huile d'olive, depuis 1842 jusqu'à 1854, savoir :

En 1842,	467300	milleroles, au prix moyen de	79f,50;
1843,	407100	—	72,25;
1844,	359500	—	71,75;
1845,	275200	—	69,50;
1846,	335700	—	73,00;
1847,	271400	—	79,75;
1848,	284400	—	73,75;
1849,	406700	—	68,50;
1850,	372500	—	72,90;
1851,	308700	—	68,65.

On demande quel a été, dans cette période de 10 années, le total des importations, et le prix moyen du quintal métrique.

151. Une grande partie des huiles d'olive qui sont importées par Marseille viennent du royaume de Naples. Dans ce pays, elles se vendent au cantaro, du poids de 89 kilog. ; et leur prix s'évalue en ducats, valant 4f,40 (en moyenne).

On a acheté 25 cantara d'huiles fines à Bari (roy. de Naples), au prix de 18 ducats le cantaro. Les frais de douane et d'embarquement, à Bari, s'élèvent à 2,97 ducats; les frais de douane et de débarquement, à Marseille, vont à 29f,84 la millerole.

On demande, d'après cela, quel sera le prix de revient du quintal métrique de ces huiles, et quelle est la fraction de ce prix qui représente l'ensemble des frais.

152. Sachant que 920 cantara d'huiles d'olive ont été embarqués en 152 futailles, et que le litre de cette huile pèse 915gr,3, on demande la capacité moyenne de chaque futaille.

CHAPITRE II.

PROBLÈMES SUR LE COMMERCE EXTÉRIEUR DE LA FRANCE.

§ 1. Importations et exportations.

153. Le mouvement général du commerce extérieur de la France, pendant les 15 années comprises de 1840 à 1854, est représenté par le tableau suivant :

Années.	Importations.		Exportations.		Total.	
1840...	1052	millions de fr.	1011	millions de fr.	2063	millions.
1841...	1121	—	1066	—	2187	—
1842...	1142	—	940	—	2082	—
1843...	1187	—	992	—	2179	—
1844...	1193	—	1147	—	2340	—
1845...	1240	—	1187	—	2427	—
1846...	1257	—	1180	—	2437	—
1847...	1343	—	1271	—	2614	—
1848...	862	—	1153	—	2015	—
1849...	1142	—	1423	—	2565	—
1850...	1174	—	1531	—	2705	—
1851...	1158	—	1629	—	2787	—
1852...	1438	—	1682	—	3120	—
1853...	1632	—	1861	—	3493	—
1854...	1709	—	1788	—	3497	—

Ces nombres représentent les *valeurs officielles* des marchandises, c'est-à-dire qu'ils ont été obtenus d'a-

près le tarif moyen fixé par ordonnance du 27 mars 1827. Ces valeurs officielles diffèrent, en général, des *valeurs actuelles* ou réelles ; mais elles servent de terme de comparaison entre les résultats qui se rapportent à différentes années.

Cela posé, on demande quelle a été, pendant cette période de 15 années, la moyenne des importations, celle des exportations, et par suite la moyenne des valeurs totales qui représentent les échanges annuels de la France.

154. De combien l'importance de 1854 dépasse-t-elle l'importation moyenne, et quelle est l'augmentation pour 100?

Même question pour l'exportation.

155. La valeur totale des échanges de la France en 1854, calculée d'après le taux des valeurs actuelles ou réelles, a été de 3758 millions de francs. De combien cette valeur dépasse-t-elle la valeur officielle, et quelle est l'augmentation pour 100?

156. La somme de 3497 millions, qui représente la valeur officielle des échanges de la France en 1854, se partage dans le rapport de 70 à 30 entre la voie de mer et la voie de terre. Quelle est la valeur des échanges opérés par chacune de ces deux voies?

157. Dans les échanges par voie de mer, la part du pavillon français a été d'environ 41 centièmes en 1854. Quelle est, d'après cela, la valeur des échanges opérés dans cette année par les bâtiments français?

158. Dans les 3497 millions qui représentent la valeur officielle totale des échanges de la France en 1854,

L'Angleterre figure pour	....	633,0	millions.
Les États-Unis	—	528,5	—
La Belgique	—	385,0	—
La Suisse	—	352,7	—
Les États Sardes	—	193,0	—
L'Espagne	—	156,7	—
L'Association commerciale allemande	—	143,6	—
La Turquie	—	90,0	—
Le Brésil	—	68,9	—
Les Indes anglaises	—	62,0	—

On demande dans quelle proportion ces dix puissances réunies concourent à former le chiffre total des échanges.

159. Dans ce même chiffre total des échanges, l'Algérie figure pour 154,2 millions; on demande à combien pour 100 cela équivaut.

160. Le tableau officiel du commerce de la France distingue le *commerce général* et le *commerce spécial*. Le premier comprend toutes les marchandises qui entrent en France ou qui en sortent à un titre quelconque. Le second ne comprend, à l'importation, que ce qui est entré dans la consommation intérieure du pays, et à l'exportation, que les marchandises nationales ou celles qui sont exportées après avoir été nationalisées par le payement des droits d'entrée.

A ce point de vue, la valeur officielle totale des

échanges de la France en 1854 n'a été que de 2419,1 millions. Dans ce chiffre,

L'Angleterre figure pour..................		412,4	millions.
Les États-Unis	—	374,9	—
La Belgique	—	256,9	—
Les États Sardes	—	156,2	—
L'Espagne	—	118,7	—
L'Association commerciale allemande	—	104,8	—
La Suisse	—	86,0	—
La Turquie	—	67,2	—
Les Indes anglaises	—	58,1	—
Le Brésil	—	46,8	—

On demande, comme au n° **158**, dans quelle proportion ces dix puissances réunies concourent à former le chiffre total des échanges qui se rapportent au commerce spécial.

161. Au même point de vue du commerce spécial, l'Algérie ne figure que pour 150,9 millions dans le chiffre total des échanges; combien cela fait-il pour 100?

162. En ne tenant compte que du commerce spécial, on trouve qu'en 1854 la France a tiré de l'Angleterre pour 133 millions de marchandises, tandis qu'elle en a expédié dans ce même pays pour 279 millions. Ces nombres expriment les valeurs officielles des marchandises.

Si l'on a égard aux valeurs réelles, c'est-à-dire à celles qui étaient réellement adoptées par le commerce en 1854, on trouve que la France a tiré d'Angleterre pour

149 millions de marchandises et qu'elle en a expédié dans ce pays pour 356 millions.

On demande l'avantage que la France a tiré de ces échanges, dans l'hypothèse des valeurs officielles, et dans l'hypothèse des valeurs dites actuelles.

163. La France, dans la même année, a tiré des États-Unis pour 193 millions de marchandises et lui en a expédié pour 182 millions. Ces nombres représentent les valeurs officielles.

Quand on a égard aux valeurs réelles, on trouve que la France a tiré des États-Unis pour 166 millions de marchandises et qu'elle lui en a expédié pour 217 millions.

On demande quel a été l'avantage des deux puissances dans ces deux hypothèses.

164. La valeur réelle des importations en 1854 a été de 1805,4 millions pour le commerce général. Dans cette somme :

Les matières nécessaires à l'industrie représentent		50,9	p. 100.
Les objets de consommation naturels	—	28,9	—
— fabriqués	—	20,2	—

Pour le commerce spécial, le total des importations a été de 1291,6 millions, dans lesquels

Les matières nécessaires à l'industrie représentent		61,2	p. 100.
Les objets de consommation naturels	—	34,8	—
— fabriqués	—	4,0	—

On demande, d'après cela, quelle a été la valeur réelle de l'importation pour chacune de ces classes de

marchandises, dans le commerce général et dans le commerce spécial, et, par suite, la quantité de ces diverses classes de marchandises importées qui n'ont pas été employées ou consommées en France.

165. La valeur réelle des exportations en 1854 a été de 1952,4 millions pour le commerce général. Dans cette somme :

Les produits naturels représentent	34,6 p. 100.
Et les objets manufacturés	65,4 —

Pour le commerce spécial, le total des exportations a été de 1413,7 millions, dans lesquels :

Les produits naturels représentent	33,9 p. 100.
Et les objets manufacturés	66,1 —

On demande quelle a été la valeur réelle de l'exportation pour chacune des deux classes de marchandises, dans le commerce général et dans le commerce spécial, et, par suite, la quantité de ces deux classes de marchandises exportées qui n'étaient ni nationales ni nationalisées par le payement des droits d'entrée.

166. Pendant l'année 1854, la France a mis en consommation pour 58360934 fr. de marchandises russes, qui ont acquitté pour 1434765 fr. de droits d'entrée. Dans la valeur totale de ces marchandises, les céréales représentent 77,8 pour 100, et dans les droits acquittés, elles représentent 29,9 pour 100. On demande la valeur de ces céréales, le total des droits qu'elles ont acquittés, le prix moyen du quintal métrique et le taux des droits par quintal, sachant que la

quantité de ces céréales a été de 1579156 quintaux métriques.

167. Dans la même année, la France a expédié en Russie pour 1662937 fr. de marchandises françaises, dans la valeur desquelles les vins représentent 45,8 pour 100. On demande la valeur moyenne de l'hectolitre de ces vins, sachant que leur quantité totale a été de 4329 hectolitres.

168. En 1854, la France a reçu et mis en œuvre 982767 kilog. de soies et bourres de soie de provenance anglaise, représentant une valeur totale de 45459382 fr. et ayant acquitté pour 233744 fr. de droits d'entrée. En même temps elle a expédié en Angleterre 837275 kilogrammes de tissus de soie, représentant une valeur totale de 117391503 fr. On demande le prix moyen du kilogramme de soie brute, en tenant compte des droits d'entrée, le prix moyen du kilogramme de tissus de soie, et le rapport de ces deux prix.

169. La France a tiré de Belgique et consommé en 1854 une quantité de 21421120 quintaux métriques de houille, représentant une valeur de 45626986 fr. Elle a expédié en Belgique, dans la même année, 251013 kilog. de tissus de soie français, représentant une valeur de 34634996 fr. On demande le prix moyen du quintal de houille, le prix moyen du kilogramme de tissus de soie, et le poids de houille qui représenterait la valeur d'un kilogramme de ce tissu.

170. Dans la même année, la France a tiré d'Espagne 3717 hectolitres d'eaux-de-vie et rhums, repré-

sentant une valeur de 503107 fr., et elle a expédié en Espagne 489 hectolitres d'eaux-de-vie et liqueurs représentant une valeur de 119128 fr. On demande le prix moyen de l'hectolitre des spiritueux importés et exportés, et le rapport de ces prix.

171. La France a tiré de la Turquie, en 1854, et consommé 505475 hectolitres de froment, représentant une valeur de 14707065 fr., et elle a expédié dans ce pays 13356 quintaux métriques de la même denrée, représentant une valeur de 719888 fr. L'hectolitre de blé pesant 75 kilog. en moyenne, on demande de comparer la valeur des froments importés et exportés, et de déterminer le nombre d'hectolitres réellement extraits de la Turquie par suite de cet échange.

172. Dans cette même année, la France a tiré des États-Unis 674525 quintaux métriques de cotons en laine, représentant une valeur de 104551380 fr., et qui ont payé pour 14769369 fr. de droits d'entrée; et elle a expédié dans le même pays 287675 kilogrammes de tissus de coton, représentant une valeur de 2804487 fr.

On demande de comparer le prix de revient du kilogramme de cotons en laine au prix du kilogramme de tissus de coton, et de déterminer ce que la fabrication des tissus exportés a rapporté à la France.

173. Le commerce des sucres, pendant l'année 1854, peut être résumé dans le tableau suivant :

SUCRES BRUTS ET TERRÉS.

			Kilogrammes.	Valeur.	Droits perçus
IMPORTATION.	FRANÇAIS.	1er type et au-dessous.	82618313	59698627f	33156597f
		Au-dessus du 1er type.	80751	66831	36205
	ÉTRANGERS.	1er type et au-dessous.	45034574	26570399	23547420
		Au-dessus du 1er type.	3357161	2316441	3227843
EXPORTATION.	FRANÇAIS.	1er type et au-dessous.	350652	240197	»
		Au-dessus du 1er type.	1361	1021	»
	ÉTRANGERS.	1er type et au-dessous.	7029562	4077146	»
		Au-dessus du 1er type.	2385695	1574559	»

SUCRES RAFFINÉS.

Importation	211541k	152310f	437f
Exportation	25133621	18096261	»

On demande, d'après ces données : 1° quel est le prix moyen du kilogramme de chacune de ces espèces de sucres, tant à l'importation qu'à l'exportation; 2° quel serait le prix moyen du kilogramme de sucres bruts et terrés à l'importation s'il n'y avait pas de droits d'entrée à payer.

174. La France consomme chaque année environ 120000000 kilog. de sucre. En admettant que le prix moyen soit de 0f,72 le kilog., on demande, d'après les données fournies par le tableau du numéro précé-

dent, quel a été approximativement le nombre de kilogrammes de sucre fourni à la consommation, en 1854, par les fabriques indigènes.

175. En 1854, il a été importé en France 83415996 kilog. de fonte brute étrangère valant 0f,17 le kilogramme. Il a été exporté dans la même année 117662 kilog. de fonte brute française valant 0f,22 le kilogramme, et 1446102 kilog. de fonte ouvrée, valant 0f,70 le kilogramme.

On demande : 1° ce que cet échange a coûté à la France; 2° ce qu'elle a gagné sur la fonte ouvrée, en supposant que la matière première ait été fournie par les pays étrangers et par la France, dans le rapport des quantités de fonte importées et exportées.

176. La France, en 1854, a tiré des pays étrangers et mis en consommation 31238929 quintaux métriques de houille, qui représentent une valeur de 66538918 francs, et qui ont payé à l'entrée pour 5607472 fr. de droits. Elle a exporté dans la même année 908707 quintaux métriques de houilles françaises qui représentent une valeur de 1090448 fr. On demande : 1° quel est le prix moyen du quintal métrique des houilles importées et des houilles exportées; 2° pour combien de quintaux la France a été tributaire de l'étranger, et que lui a coûté le supplément de ce combustible tiré du dehors.

177. La France, en 1854, a tiré des pays étrangers 131322 stères de bois de chauffage valant 722271 fr., et qui ont acquitté à l'entrée pour 7230 fr. de droits;

elle a reçu, en outre, 708418 fagots valant 141684 fr., et ayant payé pour 401 fr. de droits d'entrée. Elle a exporté dans la même année 6926 stères de bois à 8 fr. le stère, et 122510 fagots à 30 fr. le cent. On demande : 1° quel est le prix moyen du stère et du cent de fagots importés; 2° ce que l'échange dont il s'agit a coûté à la France.

178. L'importation et la consommation du café en France (commerce spécial), pendant les années comprises de 1849 à 1854, s'est élevée aux valeurs officielles suivantes, savoir :

En 1849	à	16,0	millions de francs.
1850	—	13,6	—
1851	—	16,3	—
1852	—	18,7	—
1853	—	17,5	—
1854	—	19,0	—

Quelle a été la valeur moyenne de la consommation annuelle : 1° en valeurs officielles ; 2° en valeurs actuelles, c'est-à-dire au taux réel de 1854, sachant que la consommation de ladite année représente une valeur réelle de 28,3 millions.

179. L'exportation des articles divers de l'industrie parisienne, pendant les années comprises de 1849 à 1854, s'est élevée aux valeurs officielles suivantes, savoir :

En 1849	à	2,8	millions de francs.
1850	—	2,5	—
1851	—	2,6	—
1852	—	2,8	—
1853	—	5,6	—
1854	—	2,6	—

On demande la valeur moyenne de l'exportation annuelle : 1° en valeurs officielles; 2° en valeurs actuelles, c'est-à-dire au taux réel de 1854, sachant que la valeur réelle de l'exportation dans ladite année représente 1,8 pour 1000 de la valeur totale de l'exportation, qui a été de 1414 millions (commerce spécial).

180. Pendant les mêmes années, le commerce extérieur des armes a donné lieu aux échanges de valeurs officielles suivantes :

Années.	Importation.		Exportation.	
1849.....	0,7	millions de fr.	4,9	millions de fr.
1850.....	0,8	—	1,1	—
1851.....	0,6	—	0,9	—
1852.....	0,7	—	1,0	—
1853.....	0,7	—	3,1	—
1854.....	0,6	—	1,6	—

On demande : 1° la valeur moyenne des importations et des exportations annuelles; 3° le bénéfice moyen de la France à cet échange, en valeurs officielles et en valeurs réelles, au taux de 1854, sachant que, dans ladite année, la valeur réelle de l'importation a été de 1,1 millions, et la valeur réelle de l'exportation de 1,5 millions.

§ 2. Droits d'entrée et de sortie. — Drawbacks.

181. La loi du 9 juin 1845 a réglé de la manière suivante les droits d'entrée sur les bestiaux, savoir :

Bœufs,	50f,00
Bouvillons, taureaux et taurillons,	15 ,00
Vaches,	25 ,00
Génisses,	12 ,50
Veaux,	3 ,00
Béliers, brebis et moutons,	5 ,00
Agneaux,	0 ,30
Porcs,	12 ,00
Cochons de lait,	0 ,40
Boucs et chèvres,	1 ,50
Chevreaux,	0 ,25

On sait de plus que tous les droits de douanes subissent, en vertu de la loi du 6 prairial an VII, une augmentation d'un décime par franc, établie dans le principe comme subvention de guerre, mais conservée depuis.

On demande le total des droits qu'a dû payer un commerçant qui a introduit en France, dans le courant d'une année, 290 bœufs, 31 taureaux, 40 bouvillons et taurillons, 548 vaches, 51 génisses, 285 veaux, 2726 béliers, brebis et moutons, 61 agneaux, 359 porcs, 877 cochons de lait, 100 boucs et chèvres et 19 chevraux. (Ces nombres représentent à peu près la 100e partie des bestiaux introduits en France en 1854.)

182. Les chevaux payent 25 fr. de droits d'entrée, et les poulains 15 fr., plus le décime additionnel.

Il a été introduit en France, en 1854, 19690 chevaux et 2348 poulains ; quel a été le montant des droits acquittés ?

183. Il a été payé pour 131600 stères de bois de chauffage 7238 fr. de droits d'entrée, y compris le décime additionnel ; on demande le montant des droits par stère, non compris le décime additionnel.

184. Il a été importé, en 1854, 4113 quintaux de cafés de Bourbon, et 1914 quintaux de cafés de la Guadeloupe, qui ont payé ensemble 352539 fr. de droits d'entrée, y compris le décime additionnel. Sachant d'ailleurs que le café de la Guadeloupe paye 10 fr. de plus par quintal que le café de Bourbon, on demande ce que paye le quintal de café de chacune de ces deux provenances, non compris le décime additionnel.

185. Les droits d'entrée pour les céréales sont établis d'après un système imaginé en 1819, et auquel on a donné le nom d'*échelle mobile*, parce que ces droits varient suivant le prix moyen du blé dans les départements frontière et en Corse. Ces départements ont été divisés en 8 sections, et les droits sont fixés pour chacune d'elles d'après le prix moyen du blé dans des marchés déterminés qui portent le nom de *marchés régulateurs*. Ainsi, pour les départements des Pyrénées-Orientales, de l'Aude, de l'Hérault, du Gard, des Bouches-du-Rhône, du Var et pour la Corse, ce sont les marchés de Toulouse, de Gray, de Lyon et de Marseille qui sont les marchés régulateurs ; pour les départements du Nord, du Pas-de-Calais, de la Somme, de la

Seine-Inférieure, de l'Eure et du Calvados, les marchés régulateurs sont ceux de Bergues, d'Arras, de Roye, de Soissons, de Paris, et de Rouen.

Cela posé, d'après la loi du 15 avril 1832, quand le prix moyen des quatre classes de blés dans les marchés régulateurs est respectivement au-dessus de 28 fr., 26 fr., 24 fr. et 22 fr. l'hectolitre, les droits par hectolitre sont de 0f,25.

Quand les prix sont égaux aux précédents ou inférieurs, mais au-dessus de 26 fr., 24 fr., 22 fr. et 20 fr., les droits sont encore de 0f,25 pour les blés amenés par la voie de terre ou par navires français, mais ils sont de 1f,50 pour les blés amenés par navires étrangers.

Quand les prix sont précisément 26 fr., 24 fr., 22 fr. et 20 fr., les droits sont de 1f,25 par la voie de terre et par navires français, et de 2f,50 par navires étrangers.

Quand les prix sont 25 fr., 23 fr., 21 fr. et 19 fr., les droits sont de 2f,25 par la voie de terre et par navires français, et de 3f,50 par navires étrangers.

Quand les prix sont 24 fr., 22 fr., 20 fr. et 18 fr., les droits sont de 3f,25 par la voie de terre et par navires français, et de 4f,50 par navires étrangers.

Quand les prix sont inférieurs à 24 fr., 22 fr., 20 fr. et 18 fr., les droits augmentent de 1f,50 par chaque franc de baisse sur ces prix.

Aux droits que l'on vient d'indiquer, il faut toujours ajouter le centime additionnel.

D'après cela, sachant que les droits perçus pour l'entrée des blés étrangers, en 1854, se sont élevés à

940705 fr., et que le prix moyen de l'hectolitre a été de 29f,08, on demande le nombre d'hectolitres de blé qui ont acquitté les droits.

186. Pendant les cinq années comprises de 1849 à 1854, il a été importé pour 42,5 millions de céréales, dans lesquelles le blé figure pour les $\frac{1}{5}$. (Dans cette valeur officielle le prix du blé est calculé à raison de 20 fr. l'hectolitre).

En admettant ce chiffre moyen pour l'importation, et en supposant que les blés amenés par navires étrangers représentent les $\frac{2}{5}$ des blés importés, quel serait le montant des droits à percevoir à l'entrée, dans chacune des hypothèses sur le prix du blé indiquées au numéro précédent.

187. La France, en 1854, a tiré de l'étranger 7881197 kilogrammes de cuivre pur, de première fusion, qui ont payé pour 179701 fr. de droits d'entrée. Sachant que le quintal métrique paye 0f,10 quand il est amené par navires français, et 3 fr. quand il est amené pas navires étrangers ou par la voie de terre, on demande combien il en a été importé par navires français.

188. En 1854 la France a tiré de la Suisse :

1° 24346 montres à boîtier d'argent, à mouvement simple et à roue de rencontre, payant chacune 1f,10 de droits d'entrée;

2° 33291 montres à boîtier d'argent, les unes à mouvement simple, mais sans roue de rencontre, les autres à répétition, réveil, etc., toutes payant 1f,80 de droits d'entrée;

3° 96 montres à boîtier d'or, à mouvement simple et à roue de rencontre, payant chacune 3f,10 de droits d'entrée ;

4° 43245 montres à boîtier d'or, à mouvement simple, mais sans roue de rencontre, payant chacune 4f,40 de droits d'entrée ;

5° 364 montres à boîtier d'or, à répétition, réveil, etc.; et 357 montres à secondes, chronomètres de poche, etc.; toutes payant 6 fr. de droits d'entrée ;

6° 9433 mouvements, sans boîtier, payant 10 pour 100 de leur valeur, montant à 518815 fr.

On demande à quelle somme totale se sont élevés les droits pour cette importation, en tenant compte du décime additionnel.

189. Il a été expédié, en 1854, du département de la Gironde pour les États-Unis, 69497 hectol. de vins en futailles, et 17530 hectol. de vins en bouteilles ; les premiers ont payé 764f,47 de droits d'exportation, et les seconds 964f,15, y compris le décime additionnel. On demande quel est le montant des droits d'exportation par hectolitre pour les vins en futailles et pour les vins en bouteilles, non compris le décime additionnel.

190. Le groisil, ou verre cassé, a donné lieu, en 1854, aux exportations suivantes, savoir :

Pour l'Association commerciale allemande,	310061	kilogr.
— la Belgique,	426916	—
— l'Angleterre,	11603	—
— le Portugal,	56841	—
— les États Sardes,	40846	—
— les autres pays,	5589	—

Les droits acquittés à la sortie, y compris le décime additionnel, se sont élevés aux $\frac{11}{100}$ de la valeur de cette marchandise, estimée 0f,10 le kilogramme. On demande le montant des droits d'exportation par quintal métrique, non compris le décime additionnel.

191. Les écorces à tan, non moulues, payent 2 fr. de droit de sortie par quintal, plus le décime additionnel, et les écorces à tan moulues ne payent que la moitié. En 1854, les droits acquittés à la sortie ont été de 29324 fr. pour les écorces non moulues, et de 2677 fr. pour les écorces moulues; on demande à quels poids d'écorces ces droits correspondent.

192. La loi du 6 mai 1841 fixe de la manière suivante les droits d'entrée sur les thés:

Pour les thés importés par navires français, venant de l'Inde,		1f,50 par kilogr.
Id.	de la Baltique ou de la mer Noire,	2,50 —
Id.	d'ailleurs,	5,00 —
Id.	par navires étrangers,	6,00 —

Sous l'empire de cette loi il a été importé dans une année:

2160 kil.	de thés venant de l'Inde, qui ont payé	10044 fr.	de droits.
1164	*Id.* de la Baltique,	4947	—
180840	*Id.* de la Chine, des Philippines et d'ailleurs,	1012704	—

non compris le décime additionnel.

On demande dans quel rapport les poids importés ont été répartis entre le pavillon national et les pavillons étrangers.

193. On donne le nom de *drawback*, ou prime d'exportation, à la restitution faite par l'État, à la sortie d'une marchandise, des droits que la matière première a payés à l'entrée. Cette restitution a pour but de mettre les produits nationaux à même de soutenir la concurrence sur les marchés étrangers, tout en maintenant les droits d'entrée, ou même la prohibition, qui frappent les produits similaires étrangers, et qui ont été établis pour favoriser nos produits sur les marchés intérieurs.

Ainsi, pour protéger nos fabriques de draps, l'État prohibe l'importation des draps étrangers. En même temps, pour favoriser la vente des laines indigènes sur les marchés intérieurs, il frappe les laines étrangères d'un droit d'entrée, qui, pour les laines peignées, s'élève à 30 pour 100 de la valeur, non compris le décime additionnel. Il en résulte que l'étranger, payant la matière première beaucoup moins cher, peut vendre ses draps avec avantage à des prix bien inférieurs aux nôtres. Pour permettre à nos draps de lutter avec les draps étrangers sur les marchés extérieurs, il est donc nécessaire de leur faire un avantage à la sortie; cet avantage consiste précisément dans la restitution des droits que le poids correspondant de laines étrangères a payés à l'entrée. Cette restitution, entourée du reste de formalités minutieuses, constitue le drawback.

Cela posé, il a été payé, en 1854, pour l'exportation de 1151146 kilog. de draps français, 2535390 fr. de drawback, calculé à raison de 9 pour 100 de la valeur des draps.

On demande: 1° quelle est la valeur moyenne du

kilogramme de ces draps; 2° quelle est la valeur de la laine peignée étrangère qui a payé, à l'entrée, un droit équivalent au drawback dont il s'agit; 3° quelle est la valeur moyenne du kilogramme de cette laine, en supposant qu'il n'y ait eu aucun déchet pendant la fabrication.

194. Le soufre brut est soumis, à l'entrée, aux droits ci-après, non compris le décime additionnel :

Par navires français.	Des colonies françaises et de l'Algérie,	0f,01	par quintal.
	Des autres lieux de production directement,	0 ,50	—
	D'ailleurs,	1 ,00	—
Par navires étrangers,		1 ,50	—

A la sortie, le gouvernement rembourse, pour 75 kilog. de soufre épuré ou sublimé, les droits perçus pour 100 kilog. de soufre brut.

Quelle sera la valeur totale de la prime à accorder aux exportateurs de 2202078 kilog. de soufre raffiné, s'ils justifient, par certificats, des importations suivantes :

Par navires français.	Des colonies françaises et de l'Algérie,	286417	kilogr.
	Des autres lieux de production directement,	816374	—
	D'ailleurs,	71650	—
Par navires étrangers,		1761663	—

195. La France tire de l'étranger des chapeaux de paille fins, qui sont frappés d'un droit d'entrée; lorsqu'ils sont ensuite réexportés après avoir subi une cer-

taine main-d'œuvre, les droits d'entrée leur sont restitués à titre de drawback.

En 1854, il a été importé 107236 chapeaux de paille fins évalués à 6 fr. pièce, et qui ont acquitté pour 147450 fr. de droits d'entrée. Il a été accordé 62424 fr. de primes pour l'exportation d'un certain nombre de ces chapeaux recoupés et façonnés en France, et évalués alors à 9 fr. pièce. On demande : 1° le montant des droits d'entrée par chapeau, déduction faite du décime additionnel ; 2° le nombre des chapeaux réexportés ; 3° le bénéfice que la France a tiré de cette industrie.

196. Il a été exporté, en 1854, les quantités suivantes de sucre raffiné de diverses provenances, savoir :

2458 kilog. provenant de sucres bruts de nos colonies d'Amérique, ayant payé 38 fr. de droits d'entrée par quintal, non compris le décime additionnel ;

43217 kilog. provenant de sucres bruts de la Chine, de Siam, etc., ayant payé 52 fr. de droits d'entrée, non compris le décime ;

618339 kilog. provenant de sucres bruts des autres colonies étrangères de l'Inde, ayant payé 54 fr. d'entrée, non compris le décime ;

31045 kilog. provenant de sucres terrés des mêmes contrées de l'Inde, ayant payé les mêmes droits que les précédents ;

23224650 kilog. provenant de sucres bruts des autres pays étrangers, hors d'Europe, ayant payé 57 fr.

de droits d'entrée par quintal, non compris le décime additionnel;

Enfin, 984381 kilog. provenant de sucres terrés des mêmes contrées que les précédents, ayant acquitté les mêmes droits.

Sachant que 100 kilog. de sucre brut donnent 70 kilog. de sucre raffiné, et que 100 kilog. de sucre terré en donnent 73 kilog., on demande quel a dû être le montant de la prime pour chacune de ces quantités de sucre, et quelle a été la somme totale payée à titre de drawback pour cette exportation.

197. Il est fait aux exportateurs de viandes salées un avantage qui consiste dans le remboursement des droits de consommation sur le sel. La prime varie d'après la quantité de sel employée à la préparation des viandes.

Cela posé, il a été exporté, en 1854, 2697175 kilog. de viandes salées, dont 1254420 kilog. ont obtenu une prime de 4 fr. par quintal, 968 kilog. ont obtenu une prime de 3f,20 par quintal, et 109373 kilog. ont obtenu une prime de 2f,70. Pour le reste, la prime a été calculée, partie à raison de 3 fr. le quintal, partie à raison de 2f,50. On demande quel est le poids de viandes salées qui a obtenu une prime de 3 fr., et quel est celui qui a obtenu une prime de 2f,50, sachant que la prime totale a été de 93054 fr.

198. Certaines marchandises importées, soit pour servir à diverses fabrications, soit pour recevoir un complément de main-d'œuvre, mais destinées à être réexportées, sont admises temporairement en fran-

chise. C'est ce que l'on appelle des *importations temporaires;* elles ont beaucoup d'analogie avec les primes ou drawbacks.

Il a été importé, en 1853, 809 foulards de soie écrus, valant en moyenne 110 fr.; il a été exporté le même nombre de foulards de soie imprimés, d'une valeur totale de 97080 fr. On demande le prix moyen de chacun de ces derniers, et l'accroissement de valeur qu'ils ont acquis par l'impression.

199. En 1854, il a été importé 44 crêpes de Chine unis, et il a été exporté le même nombre de crêpes de Chine brodés. La valeur totale des premiers était de 2816 fr.; on demande quelle a été la valeur totale des seconds, sachant que la main-d'œuvre a élevé de 24 fr. la valeur de chaque châle.

200. Il a été importé, dans la même année, 955510 kilog. de racines de garance sèches, valant 75 fr. le quintal. Cette garance moulue valait en totalité, au moment de son exportation, 764408 fr.

Sachant que le déchet est de $\frac{1}{8}$ du poids à la mouture, on demande la valeur du quintal de garance moulue exportée.

§ 3. Entrepôts. — Transit.

201. On donne le nom d'*entrepôts* à des établissements où les commerçants peuvent, moyennant un léger droit de magasinage, déposer temporairement leurs marchandises, sans acquitter les droits de douane. Le

commerce y trouve l'avantage de ne payer les droits de douane qu'à la sortie de l'entrepôt, c'est-à-dire au moment de la vente, au lieu d'avoir à les payer au moment de l'achat, ce qui exigerait souvent des avances considérables. Il y a en France 63 entrepôts.

Pendant les six années comprises de 1849 à 1854 il est entré dans ces établissements les quantités suivantes de marchandises :

Années.	Poids des marchandises.	Valeurs officielles.
1849....	8263908 quintaux.	641,4 millions.
1850....	8239151 —	618,4 —
1851....	7968918 —	564,9 —
1852....	9503282 —	682,3 —
1853....	12836634 —	725,1 —
1854....	13721981 —	683,4 —

On demande quelle a été, dans cette période de temps : 1° la moyenne du poids des marchandises entreposées annuellement; 2° la moyenne de leurs valeurs officielles; 3° la valeur moyenne du quintal métrique de ces marchandises.

202. Pendant les cinq années comprises de 1849 à 1853, il est entré annuellement dans l'entrepôt de Marseille 3796591 quintaux de marchandises, représentant une valeur officielle de 333,6 millions.

En 1854, il en est entré 5462145 quintaux, représentant une valeur officielle de 240,2 millions.

On demande le poids moyen et la valeur moyenne des marchandises entreposées pendant ces 6 années, et le rapport de ces moyennes à celles qui leur correspondent dans l'ensemble des entrepôts.

203. L'entrepôt du Havre a reçu, pendant les cinq années comprises de 1849 à 1853, un poids moyen annuel de 2321798 quintaux de marchandises, représentant une valeur officielle de 215,9 millions. En 1854, il en a reçu 3364416 quintaux, représentant une valeur officielle de 244,7 millions.

On demande : 1° le poids moyen et la valeur moyenne des marchandises entrées, pendant ces six années, dans l'entrepôt du Havre ; 2° le poids moyen et la valeur moyenne des marchandises entrées dans les entrepôts réunis du Havre et de Marseille ; 3° le rapport de ces moyennes à celles qui leur correspondent dans l'ensemble des entrepôts.

204. Les marchandises entrées dans les entrepôts de Paris, pendant les six années comprises de 1849 à 1854, ne représentent que 2,586 pour 100 du poids total des marchandises entrées dans l'ensemble de tous les entrepôts, et 5,34 pour 100 de la valeur totale de ces mêmes marchandises. Sachant qu'en 1854 il est entré dans les entrepôts de Paris 318080 quintaux de marchandises représentant une valeur officielle de 37,6 millions, on demande le poids moyen et la valeur moyenne des marchandises entrées dans ces mêmes entrepôts pendant les cinq années précédentes.

205. La valeur réelle des 13721981 quintaux de marchandises entrées dans les entrepôts en 1854 est de 701,9 millions.

Au nombre de ces marchandises figurent les suivantes :

Marchandises.	Poids.	Valeurs réelles.
Céréales,	3262666 quintaux.	123,5 millions.
Coton en laine,	786000 —	83,3 —
Sucres,	1473593 —	100,4 —
Houille,	4278161 —	9,1 —
Tabac,	28347 —	2,6 —

On demande le rapport de chacune de ces quantités à celle qui lui correspond dans l'ensemble des entrepôts.

206. Au 31 décembre 1853, il y avait dans l'entrepôt de Bordeaux 305398 quintaux de marchandises; dans le courant de l'année 1854, il en est entré 867438 quintaux, et il en est sorti 852365 quintaux. La valeur réelle totale des marchandises restées en entrepôt au 31 décembre 1854 était de 17074279 fr. On demande la valeur moyenne du quintal de ces marchandises.

207. Au 31 décembre 1853, il y avait à l'entrepôt de Nantes 143633 quintaux de marchandises; dans le courant de 1854, il en est entré 744268 quintaux, et il en est sorti 740892 quintaux. On demande la valeur réelle des marchandises restées en entrepôt au 31 décembre 1854, sachant que la valeur moyenne du quintal était 40f,27.

208. Les métaux restés en entrepôt au 31 décembre 1853 représentent, pour toute la France, un poids total de 135821 quintaux; dans le courant de l'année, il en est entré dans les entrepôts 560796 quintaux, et il en est sorti 507716 quintaux. La valeur officielle des métaux restés en entrepôt au 31 décembre 1854 était

7069972 fr., et leur valeur réelle 10199455 fr. On demande la valeur officielle moyenne du quintal de ces métaux, et sa valeur moyenne réelle.

209. Les bois communs restés en entrepôt au 31 décembre 1853 représentent, pour toute la France, un poids total de 142168 quintaux; dans le courant de 1854, il en est entré 235812 quintaux; au 31 décembre 1854, il en restait une quantité qui, au prix moyen de 11f,12 le quintal, représentait une valeur réelle de 1782593 fr. On demande combien il en est sorti des entrepôts en 1854.

210. On appelle commerce de *transit* celui dans lequel les marchandises importées ne font que traverser le territoire pour être exportées par une autre frontière. Les marchandises admises en transit ne sont point soumises aux droits qui frappent les objets de consommation intérieure.

Lorsqu'un négociant veut expédier des marchandises en transit, il en fait la déclaration à la douane, qui, après vérification, lui délivre un *acquit à caution*. Les marchandises sont plombées au bureau de départ; le chargement est vérifié lorsqu'il arrive dans le rayon de la frontière, et l'opération est constatée par un visa; une dernière vérification a lieu au bureau de sortie.

Il y a en France 35 bureaux de transit, répartis dans 18 départements frontières. Le droit de transit est de 51 centimes par quintal métrique.

Les entrepôts sont particulièrement favorables à ce genre de commerce.

Pendant les six années comprises de 1849 à 1854, il a été expédié en transit les quantités suivantes de marchandises, savoir :

En 1849.......	388594	quintaux métriques.
1850........	319724	—
1851........	386067	—
1852........	783139	—
1853........	618303	—
1854........	732525	—

On demande le poids moyen des marchandises expédiées en transit pendant ces six années, et la recette annuelle que ce commerce a procurée au trésor.

211. La valeur réelle des marchandises expédiées en transit pendant l'année 1854 a été de 377,1 millions. En admettant que la valeur moyenne des marchandises soit restée la même, quelle est la valeur des marchandises expédiées moyennement pendant chacune des six années comprises de 1849 à 1854, et quel est le rapport des droits de transit à la valeur totale des marchandises expédiées ?

212. Si l'on range les valeurs expédiées en transit, en 1854, par pays de provenance, on trouve que les pays qui ont le plus contribué à ce commerce sont la Suisse et la Belgique, qui figurent respectivement pour 47,4 pour 100, et pour 19,8 pour 100 dans l'ensemble des valeurs expédiées.

On demande la valeur des marchandises expédiées en transit de chacun de ces deux États.

213. Si on range les mêmes valeurs par pays de

destination, on trouve que les contrées qui ont le plus contribué au commerce de transit sont l'Angleterre et les États-Unis, qui figurent chacun pour 34,4 pour 100 dans l'ensemble des valeurs expédiées.

On demande, d'après cela, la valeur des marchandises expédiées en transit pour l'Angleterre et pour les États-Unis.

214. Il a été expédié en transit, en 1854, d'Angleterre pour l'Allemagne, 143 kilog. d'ivoire, valant 2574 fr. On demande la valeur du kilogramme d'ivoire et le rapport du droit de transit à la valeur de la marchandise expédiée.

215. Il a été expédié en transit, en 1854, d'Allemagne pour la Suisse, 67320 kilog. de pommes de terre, valant en moyenne 17 fr. le quintal métrique. On demande la valeur totale de la marchandise expédiée, et le rapport du droit de transit à cette valeur totale.

216. Il a été expédié en transit, en 1854, des États Sardes pour l'Angleterre, 77 kilog. de joncs et roseaux d'Europe, valant 46f,20. Quelle est la valeur du kilogramme, et quel est le rapport du droit de transit à la valeur totale de la marchandise expédiée ?

217. Il a été expédié en transit, dans la même année, de la Suisse pour l'Angleterre, 116 kilog. de gaze, dont la valeur officielle est 23200 fr. On demande la valeur du kilogramme, et le rapport du droit de transit à la valeur totale.

218. Il a été expédié en transit, dans la même année,

d'Angleterre pour la Suisse, 2484 kilog. de livres en langue française, estimés 7 fr. le kilogramme. Quelle est la valeur totale de ces livres, et le rapport du droit de transit à cette valeur totale.

219. Les machines à vapeur expédiées en transit en 1853 représentent un poids total de 157657 kilog., dont 115524 kilog. venant d'Angleterre et le reste de Belgique; sur ce poids total, 151844 kilog. avaient pour destination la Suisse, 4160 kilog. l'Allemagne, et le reste les États Sardes. La valeur totale de ces machines étant 188850 fr., on demande : 1° la valeur proportionnelle pour chaque pays de provenance et pour chaque pays de destination; 2° le rapport des droits de transit à la valeur totale.

220. La bimbeloterie expédiée en transit en 1854 représente un poids total de 25911 kilog., dont 13714 kilog. provenant d'Allemagne, 12149 kilog, de Belgique, et le reste d'autres pays.

Sur ce poids total, 6573 kilog avaient pour destination l'Espagne, 4540 kilog., les États-Unis, 4387, le Brésil, 3695 kilog., Rio de la Plata, 2136 kilog., l'Angleterre, 1303 kilog., le Pérou, et le reste d'autres pays.

La valeur moyenne du kilogramme de bimbeloterie étant 4f,50, on demande : 1° la valeur proportionnelle pour chaque pays de provenance et pour chaque pays de destination; 2° le rapport des droits de transit à la valeur totale.

221. Les articles de modes expédiés en transit en

1854 représentent un poids total de 18290 kilog., dont 7794 kilog. provenant d'Allemagne, 5405 kilog. de Suisse, 4905 kilog. de Belgique, et le reste d'autres pays.

Sur ce poids total, 9760 kilog. avaient pour destination les États-Unis, 4364 kilog. l'Angleterre, 1709 kilog. l'Espagne, 1060 le Brésil, et le reste d'autres pays.

La valeur totale de ces articles étant de 874721 fr., on demande : 1° la valeur proportionnelle pour chaque pays de provenance et pour chaque pays de destination; 2° le rapport des droits de transit à la valeur totale des marchandises expédiées.

§ 4. Commerce extérieur du numéraire et des matières précieuses.

222. Il a été importé en 1854 les quantités suivantes de monnaies d'or, savoir :

De l'Allemagne,	4711	hectogrammes.
De la Belgique,	136298	—
De l'Angleterre,	186770	—
Des États Sardes,	4772	—
De la Toscane,	3560	—
De la Turquie,	3205	—
Des États-Unis,	30459	—
De Rio de la Plata,	895	—
Des autres pays,	4346	—

Sachant que les droits d'entrée sont de 1 centime par hectogramme, plus le décime additionnel, on demande à combien se sont élevés les droits pour cette importation.

223. La valeur totale des monnaies d'or importées a été de 112504800 fr. Si l'on suppose cette valeur fixée d'après le titre, quel est le titre moyen des monnaies en question, la valeur officielle du kilogramme d'or pur étant 3444ᶠ,44 ?

224. Quelle eût été la valeur de ces monnaies, si elles eussent été au même titre que les monnaies de France?

225. Il a été exporté, pendant la même année, les quantités de monnaies d'or suivantes, savoir :

Pour	l'Allemagne,	2500	hectogrammes.
—	la Belgique,	9444	—
—	les Deux-Siciles,	3230	—
—	l'Espagne,	1837	—
—	les États Sardes,	6250	—
—	la Suisse,	9043	—
—	les États Romains,	3600	—
—	la Turquie,	128833	—
—	l'Égypte,	8844	—
—	l'Algérie,	10204	—
—	les autres pays,	2785	—

La valeur de ces monnaies étant évaluée comme ci-dessus à raison de 300 fr. l'hectogramme, on demande 1° la valeur totale des monnaies d'or exportées; 2° le poids et la valeur des monnaies d'or restées en France, et qui ont augmenté la masse du numéraire.

226. Il a été importé, en 1854, 4381353 hectogrammes de monnaies d'argent, qui ont payé 4819ᶠ, 50 de droits d'entrée, y compris le décime additionnel;

on demande ce que paye, à l'entrée, un kilogramme de monnaie d'argent, non compris le décime additionnel.

227. La valeur totale des monnaies d'argent importées a été de 87627060 fr. Si l'on admet que cette valeur soit fixée d'après le titre, quel est le titre moyen de la monnaie d'argent importée, la valeur officielle du kilogramme d'argent pur étant 222f, 22?...

228. Il a été exporté, dans la même année, 9554533 hectogrammes de monnaies d'argent. Leur valeur étant évaluée, comme ci-dessus, à raison de 20 fr. l'hectogramme, on demande 1° la valeur totale des monnaies d'argent exportées; 2° le poids et la valeur des monnaies d'argent réellement sorties de France, et qui ont diminué la masse du numéraire.

229. En tenant compte de l'importation et de l'exportation des monnaies d'or et d'argent en 1854, on demande si la valeur du numéraire en circulation a augmenté ou diminué par suite de ce commerce, et de combien.

230. L'or brut, importé en 1854, sous forme de lingots, barres, poudre, bijoux brisés, etc., représente un poids total de 1227299 hectogrammes. Les droits d'entrée, y compris le décime additionnel se sont élevés à la somme de 337507f, 20. 1° On demande le montant des droits par hectogramme, non compris le décime additionnel.

2° La valeur de l'or brut étant de 300 fr. l'hectogramme, on demande en outre le rapport des droits à la valeur de la marchandise importée.

231. Sur les 1227299 hectogrammes d'or brut importés, 11699060 hectogrammes venaient d'Angleterre. On demande le rapport de ce poids au poids total.

232. Il a été exporté, dans la même année, 28673 hectogrammes d'or brut. Les droits, à la sortie, n'étant que de 0f, 25 pour 100 kilogrammes, on demande le montant des droits acquittés.

233. L'argent brut, importé en 1854, sous forme de lingots, barres, ouvrages détruits, etc., représente un poids total de 611071 hectogrammes. Les droits d'entrée étant de 0f,05 par kilogramme, non compris le décime additionnel, on demande quels ont été les droits acquittés, y compris le décime.

234. Quel est le rapport des droits à la valeur de la marchandise importée, la valeur de l'hectogramme d'argent brut étant 20 fr.

235. Il a été exporté, dans la même année, 3622577 hectogrammes d'argent brut. Les droits de sortie étant de 0f,25 par quintal métrique, plus le décime additionnel, on demande le total des droits acquittés.

236. En 1854, il a été expédié en transit 296 kilogrammes d'or et d'argent, en lingots et en monnaies, représentant une valeur totale de 853280 fr. La valeur de l'hectogramme d'or étant fixée, comme ci-dessus à 300 fr. et celle de l'hectogramme d'argent à 20 fr., on demande combien, dans les métaux ainsi expédiés, il y avait d'or et d'argent.

§ 5. Navigation.

237. Le commerce maritime de la France en 1854 a occasionné 33934 voyages; et la jauge totale des navires employés a été de 4595000 tonneaux. On demande la jauge moyenne de ces navires.

238. La part du pavillon français dans ce mouvement, au point de vue du tonnage, a été de 42 pour 100. Quel a donc été le tonnage total des navires français employés?

239. Pendant les cinq années comprises de 1849 à 1853, le commerce maritime de la France a donné les résultats suivants :

Années.	Nombre de navires employés.	Tonnage total.
1849.....	29132	3317000 tonneaux.
1850.....	31926	3735000 —
1851.....	34636	4088000 —
1852.....	35098	4302000 —
1853.....	36260	4605000 —

On demande quel a été, dans cette période de cinq années, le nombre moyen des navires employés, le tonnage moyen total, et le tonnage moyen par navire.

240. Il est entré en 1854 dans les ports de France 9307 navires chargés, montés ensemble par 96413 marins, et représentant un tonnage total de 1131702 tonneaux. Il est entré, dans la même année, 1021 navires français sur lest, montés ensemble par 7359 marins, et représentant un tonnage total de 79350 tonneaux.

On demande la moyenne du nombre d'hommes d'équipage et la moyenne du tonnage, pour les navires chargés, pour les navires sur lest, et pour l'ensemble des navires.

241. Le nombre total des navires, tant français qu'étrangers, entrés dans les ports de France en 1854, a été de 22870; ces navires étaient montés ensemble par 231377 marins, et représentent un tonnage total de 2948677 tonneaux. On demande quel a été, sur ce nombre total des navires, le nombre des navires étrangers, la moyenne de leur équipage et leur tonnage moyen.

242. Il est sorti des ports de France, dans la même année, 23656 navires, dont 10773 français, savoir : 5726 chargés et 5047 sur lest. On demande quelle a été l'augmentation ou la diminution du nombre de chacune de ces catégories de navires dans les ports de France au bout de l'année.

243. Sur le total des navires entrés dans les ports de France, dans cette même année, 9117 venaient d'Angleterre, 2177 d'Espagne, 1409 des États Sardes, 1084 d'Algérie, 849 de Norwége, 666 de Toscane et de Lucques, 473 de Turquie, 453 des Deux-Siciles, 415 de la grande pêche, 408 des États-Unis, et le reste des autres contrées. On demande le rapport de chacun de ces nombres au nombre total des navires entrés.

244. Sur le total des navires sortis des ports de France, dans la même année, 5803 avaient pour destination l'Angleterre ou ses possessions d'Europe,

1696 les Etats Sardes, 1116 l'Espagne, 956 l'Algérie, 444 la Turquie, 406 la Toscane et Lucques, 394 les États-Unis, 368 la grande pêche, 250 les Deux-Siciles, et le reste les autres contrées. On demande le rapport de chacun de ces nombres au nombre total des navires sortis.

245. En 1854, il est entré dans le port du Havre 1999 navires, représentant un tonnage de 570313 tonneaux, et montés par 28945 marins. Il est sorti du même port dans la même année 2023 navires, représentant un tonnage de 569635 tonneaux, et montés par 29256 marins. On demande le tonnage moyen de tous les navires entrés et sortis, et le nombre moyen d'hommes d'équipage par navire.

246. Dans la même année, il est entré dans le petit port du Croisic, 10 navires, représentant un tonnage total de 547 tonneaux et montés par 52 marins. Il est sorti du même port 14 navires, représentant un tonnage total de 1036 tonneaux, et montés par 78 marins. On demande, comme au numéro précédent, le tonnage moyen des navires entrés ou sortis, et le nombre moyen d'hommes d'équipage par navire.

247. Les navires entrés dans le port de Bordeaux en 1854, ou sortis de ce port dans la même année, représentent un tonnage total de 375642 tonneaux. On demande le nombre de ces navires, sachant que le tonnage moyen a été de 159 tonneaux.

248. Les navires entrés, en 1854, dans le port de Marseille, ou sortis de ce port dans la même année,

étaient montés par 130119 marins. On demande le nombre de ces navires, sachant que le nombre moyen des hommes d'équipage par navire a été de 12 à 13, ou plus exactement de 12,64.

249. On a vu plus haut que la jauge totale des navires employés au commerce maritime de la France en 1854 a été de 4595000 tonneaux. Le nombre total des marins embarqués sur ces navires ayant été de 471824, on demande combien il faut en moyenne d'hommes d'équipage par 100 tonneaux.

250. La grande pêche a employé 457 navires, jaugeant ensemble 63102 tonneaux. On demande combien de ces navires ont été employés à la pêche de la morue et combien à la pêche de la baleine, sachant que la jauge moyenne des premiers a été de 133,5 tonneaux et la jauge moyenne des seconds 366 tonneaux.

251. La marine marchande française se composait, au 31 décembre 1853, de 14426 navires à voiles, jaugeant ensemble 735996 tonneaux, et de 172 navires à vapeur, jaugeant ensemble 26419 tonneaux.

Elle s'est accrue, pendant l'année 1854, de 1002 navires à voiles, jaugeant ensemble 114106 tonneaux, et de 44 navires à vapeur, jaugeant ensemble 12194 tonneaux.

Mais elle a perdu, dans la même année, 1229 navires à voiles, jaugeant ensemble 65438 tonneaux, et 19 navires à vapeur, jaugeant ensemble 3515 tonneaux.

On demande la situation de la marine marchande française au 31 décembre 1854.

252. Les 197 navires à vapeur existant au 31 décembre 1854 représentaient une force totale de 19102 chevaux-vapeur. Sur ce nombre on comptait 103 navires en fer, d'une force totale de 10043 chevaux-vapeur. On demande la force moyenne des navires en fer et celle des navires en bois.

CHAPITRE III.

PROBLÈMES SUR LES OPÉRATIONS DE BANQUE.

§ 1. Monnaies étrangères.

253. La valeur *au pair* d'une monnaie d'or étrangère est le rapport qui existe entre le poids d'or fin contenu dans cette monnaie et le poids d'or fin qui entre, pour chaque franc, dans les monnaies d'or françaises.

Le *titre* d'une monnaie d'or étant le rapport du poids d'or fin qu'elle renferme au poids total de la pièce, la quantité d'or fin contenu dans une monnaie s'obtient évidemment en multipliant son poids par son titre.

Le poids d'or fin qui entre, pour chaque franc, dans une monnaie française s'obtiendra en divisant le poids total d'or fin qu'elle renferme par le nombre de francs qui exprime sa valeur nominale.

ANGLETERRE. D'après cela, sachant que la pièce de 20 fr. est au titre de 0,900 et pèse $6^{gr},45161$, on demande la valeur au pair du *souverain* d'Angleterre, qui est au titre de 0,917 et pèse $7^{gr},980855$.

254. On demande ce que valent, au pair, 357 souverains d'Angleterre.

255. Les pièces étrangères ne sont pas admises au change des monnaies avec leur titre légal. Pour que les entrepreneurs des monnaies françaises ne fussent

pas exposés à des pertes plus ou moins considérables, il a été nécessaire de tenir compte des tolérances accordées dans la fabrication des pièces des divers pays, ainsi que de l'affaiblissement qui a pu être constaté par des essais multipliés. Les pièces d'or étrangères ne sont donc admises au change des monnaies qu'avec un titre réduit, fixé par le tarif du 1er avril 1854.

Dans ce tarif, le titre du souverain d'Angleterre n'est que de 0,916. On demande quelle est, d'après ce titre, la valeur du kilogramme de cette monnaie d'or, sachant que, depuis le 1er avril 1854, la retenue par kilogramme de monnaies d'or, au titre de 0,900, est de 6f,70.

256. La *guinée* anglaise est au même titre que le souverain, mais elle pèse légalement 8gr,380. On demande sa valeur au pair.

257. Que valent, au pair, 439 guinées ?

258. Il a été payé au change des monnaies, pour 250 pièces d'or anglaises, souverains et guinées, une somme de 6401f,75. On demande combien il y avait de guinées et combien de souverains.

259. La valeur au pair d'une monnaie d'argent étrangère est le rapport qui existe entre le poids d'argent fin contenu dans cette monnaie et le poids d'argent contenu dans un franc.

Le poids d'argent fin contenu dans une monnaie d'argent s'obtient, comme pour les monnaies d'or, en multipliant son poids légal par son titre.

Le *crown* ancien, pièce d'argent, est au titre légal de 0,925 et pèse $30^{gr},074$. On demande sa valeur.

260. Depuis 1818, le poids du crown a été réduit à $28^{gr},251$; son titre est resté le même. Quelle est la valeur du crown nouveau ?

261. Le *shelling* ancien est au même titre que le crown, et son poids légal est de $6^{gr},015$. On demande sa valeur.

262. Le shelling nouveau est au même titre que l'ancien ; mais son poids légal n'est que de $5^{gr},650$. Quelle est sa valeur ?

263. La monnaie d'argent anglaise n'est admise au change des monnaies qu'au titre de 0,923, et la retenue est de $1^{f},50$ par kilogramme d'argent monnayé (voy. le n° **255**).

On demande, d'après cela, la valeur du kilogramme d'argent monnayé anglais.

264. En admettant $1^{f},16$ pour la valeur exacte du shelling nouveau, quel est le plus petit nombre de shellings qui fasse un nombre exact de francs ?

265. Quel est le plus petit nombre de shellings anciens qui fasse un nombre exact de francs, en admettant $1^{f},24$ pour la valeur exacte du shelling ancien ?

266*. On propose de faire 500 fr. avec des crowns nouveaux et des shellings nouveaux, en admettant comme exactes les valeurs $5^{f},81$ et $1^{f},16$.

267*. On propose de faire 1000 fr. avec des crowns

anciens et des shellings anciens, en admettant comme exactes les valeurs 6f,18 et 1f,24.

268. La *livre sterling* est une monnaie de compte qui a la même valeur que le souverain. On demande, d'après cela, combien 8949f,55 valent de livres sterlings.

269. Autriche. Le *ducat* ancien, dont le poids legal est 3g,490, vaut 11f,85. Le *ducat impérial* (depuis Joseph II), dont le poids légal est le même, ne vaut que 11f,81. On demande le titre légal de ces deux espèces de ducats.

270. Au change des monnaies, les ducats d'Autriche sont admis à un titre moyen entre le titre des ducats anciens et le titre des ducats impériaux. Quelle serait, d'après cela, la valeur de 1k,745 de cette monnaie?

271. Le *risdale* (reichsthaler) de convention, depuis 1753, est une monnaie d'argent qui pèse 28gr,074 et qui vaut 5f,20. Quel est son titre légal?

272. Quel est le plus petit nombre de risdales qui fasse un nombre exact de francs?

273. Le kilogramme de risdales vaut, avec retenue au change des monnaies, 184f,60. Quel est son titre au tarif?

274. Royaume Lombardo-Vénitien. On emploie dans ce royaume quatre espèces de monnaies d'or, qui, d'après leur titre légal, devraient être exemptes d'alliage, savoir :

L'*écu d'or* (scudo d'oro), qui pèse		41gr,908
L'*oselle* (ozella d'oro),	—	13 ,969
Le *sequin* (zecchino),	—	3 ,452
Le *ducat* (ducáto d'oro),	—	2 ,178

On demande la valeur de chacune de ces pièces.

275. Mais ces pièces ne sont point reçues comme or pur au change des monnaies ; et une somme de 30000 fr. de cette monnaie d'or ne vaudrait au change que 29815f,50. On demande quel est son titre au tarif.

276. On emploie dans le même pays quatre autres monnaies d'or, qui sont au même titre que les monnaies françaises : la pièce de 40 fr., la pièce de 20 fr., le *souverain*, valant 35f,13 et le *demi-souverain*. On demande l'excès du poids de la pièce de 40 fr. sur le souverain, et de la pièce de 20 fr. sur le demi-souverain.

277. Enfin, on emploie dans le même pays une dernière espèce de monnaie d'or, la *pistole* ou *doppia*, dont le kilogramme vaut au change des monnaies 3113f,92; son titre au tarif étant inférieur de 0,002 à son titre légal. On demande la valeur de la pistole, sachant que 125 de ces pièces font un poids de 790 grammes.

278. L'écu de 6 livres d'Autriche et la livre (lira) sont des monnaies d'argent au même titre que les monnaies françaises ; et qui pèsent, l'un 28gr,986, l'autre 4gr,331. On demande la valeur de chacune de ces pièces.

279*. On propose de faire 1000 fr. avec des ducats et des écus de 6 livres.

280. Bavière. Le ducat de Bavière a le même poids, le même titre, et par conséquent la même valeur que le ducat d'Autriche ancien (269).

Que vaudaient 352 ducats de Bavière, et pour quelle somme seraient-ils admis au change des monnaies, leur titre au tarif étant 0,980 ?

281. Le *carolin*, de 3 florins, pèse 9gr,744 et vaut 25f,88; mais le kilogramme de cette monnaie n'est admis au change que pour 2636f,17. On demande le titre légal du carolin, et son titre au change des monnaies.

282. Le *maximilien*, de 2 florins, a le même titre que le carolin. Quel est son poids et quelle est sa valeur?

283. On fond ensemble 541 ducats et 238 carolins. On demande: 1° quel sera le titre de l'alliage, et 2° quelle sera sa valeur au change des monnaies, sachant que le titre des ducats au tarif est 0,980 et celui des carolins 0,767.

284. Dans quel rapport devraient être les nombres de ducats et des carolins fondus ensemble pour que le titre de l'alliage fût celui des monnaies d'or françaises?

285. Le rapport de 464 à 100 étant égal à celui de 116 à 25, on demande quel serait le titre de l'alliage si l'on prenait 116 ducats et 25 carolins.

286. De combien le titre de l'alliage différerait-il de celui des monnaies françaises, si l'on prenait 14 ducats et 3 carolins?

287. L'*écu*, ou risdale de convention, est une pièce d'argent ayant le même titre légal que la pièce autrichienne qui porte le même nom (271); mais il pèse 1 décig. de moins. Quelle est sa valeur?

288. Le kilogramme de cette monnaie vaut, au change, 1f,54 de moins que la monnaie autrichienne de même nom (273); quel est son titre au tarif?

289. Le *florin* ou *gulden* (de 60 kreutzers) est au même titre que les monnaies françaises; son poids est 10gr,606. On demande, d'après ces données, ce que valent 1500 florins de Bavière.

290. Le *kopfstuck* (de 24 kreutzers) pèse 6gr,643; mais 425 de ces pièces ne valent que 365f,77. On demande leur titre légal.

291. On fond ensemble des florins (de 60 kreutzers) et des kopfstucks; dans quel rapport doivent être les nombres de pièces des deux espèces pour que l'alliage soit au titre légal des risdales de convention. (On suppose que les pièces alliées aient le titre légal.)

292. On emploie également en Bavière, depuis 1838, un écu au titre des monnaies françaises, pesant 37gr,120; quelle est sa valeur?

293*. On fait aussi usage de deux monnaies de compte : la risdale courante, qui vaut 3f,24 et le flo-

rin courant, qui vaut $2^f,16$. On demande combien il faut prendre de ces deux monnaies pour faire exactement 27 fr.?

294. BELGIQUE. Le *double souverain* de Flandre et des Pays-Bas autrichiens est une monnaie d'or qui pèse $11^{gr},141$, et son titre légal est 0,919; le *lion d'or* de 14 florins, pèse $8^{gr},286$, et son titre légal est 0,917; on demande la valeur de chacune de ces pièces et la valeur du kilogramme de l'une ou l'autre de ces monnaies, sachant que leur titre au tarif n'est que de 0,915?

295. On fond ensemble 150 doubles souverains et 95 lions d'or, dont le titre est inférieur d'un millième au titre légal; quel poids de cuivre faut-il y ajouter pour former un alliage au titre des monnaies françaises?

296. La *couronne de Brabant* est une pièce d'argent dont le poids légal est $29^{gr},532$, et qui vaut $5^f,73$. Le *lion d'argent*, qui est au même titre, pèse $32^{gr},929$; on demande quelle est sa valeur.

297. On demande la valeur du kilogramme de couronnes de Brabant, sachant que le titre de cette monnaie, au tarif, surpasse de 3 millièmes son titre légal.

298*. On a payé une somme de 357 fr. avec des couronnes de Brabant et des lions d'argent; combien a-t-on donné de pièces de chacune de ces deux monnaies?

299. Combien faut-il de lions d'argent pour faire la même somme que 212 couronnes de Brabant ?

300. Le *florin courant*, ancienne monnaie de compte, vaut 1f,81. On demande quelle est la somme formée par 7 doubles souverains, 15 lions d'or, 31 lions d'argent, 55 couronnes de Brabant et 72 florins.

301. La nouvelle monnaie belge comprend : des pièces d'or de 40 fr., de 20 fr. et de 10 fr.; des pièces d'argent de 5 fr., de 2f,50, de 2 fr., de 1 fr. de 50 c. et de 25 c. Ces monnaies ont le même titre légal et la même valeur que les monnaies françaises, sauf la pièce de 10 fr. qui perd 18 c. On demande ce que vaut la collection de ces monnaies nouvelles.

302. Danemark. On rencontre, dans ce pays, deux espèces principales de monnaies d'or : le *frédéric*, dont le poids légal est 6gr,600 et le titre 0,896 ; et le *ducat courant*, dont le poids est 3gr,143 et le titre 0,875. Quelle est la valeur de chacune de ces pièces ?

303. Le kilogramme de frédérics d'or vaut, au change des monnaies, 3076f,11; quel est son titre au tarif ?

304. La *risdale d'espèce* est une pièce d'argent dont le poids légal est de 29gr,126, et qui vaut 5f,66. Trouver : 1° ce que vaudraient 3 Kilog. de cette monnaie, sachant que son titre gagne 0,0046 au tarif, c'est-à-dire que son titre au tarif est supérieur de 0,0046 à son titre légal. Trouver : 2° ce que l'on gagnerait ou ce

que l'on perdrait au change, par rapport à la valeur nominale de la monnaie échangée.

305. La *risdale courante* ne pèse que $26^{gr},800$, et ne vaut que $4^{f},96$. Trouver : 1° ce que vaudraient $1^{k},340$ de cette monnaie, sachant que son titre perd 0,0058 au tarif, c'est-à-dire que son titre au tarif est inférieur de 0,0058 à son titre légal. Trouver : 2° ce que l'on perdrait au change, par rapport à la valeur nominale de la monnaie échangée.

306. Le *marc danois* est au titre de 0,688 et vaut $0^{f},75$. Quel est son poids légal, et quel poids de cette monnaie faudrait-il pour faire une somme de 300 fr.?

307. Espagne. La *quadruple* est une pièce d'or qui vaut $81^{f},51$; mais comme son titre perd 0,003 au tarif, le kilogramme de cette monnaie ne vaut que $2997^{f},06$. On demande de déduire de ces données le titre légal de la pièce et son poids.

308. Le *doblon d'Isabelle*, de 100 réaux, est au titre des monnaies françaises et pèse $8^{gr},336$. Quelle est la valeur de 276 doblons ?

309. Le *duro* ou la *piastre*, de 20 réaux, est une monnaie d'argent, au titre des monnaies françaises ; il en est de même du *medio-duro*, ou écu de 10 réaux; de la *peseta*, de 4 réaux; de la *medio-peseta*, de 2 réaux, et enfin du *réal*. Sachant que le duro pèse $26^{gr},290$, on demande de trouver le poids et la valeur de chacune de ces monnaies.

310. Confédération germanique. Dans tous les

États de la Confédération germanique, on rencontre une monnaie d'or appelée *ducat*, qui pèse $3^{gr},490$, et dont le titre légal est 0,986, mais qui perd 0,006 au tarif. Que vaut un ducat; que vaudraient $3^{k},141$ de cette monnaie; et que perdrait-on au change par rapport à la valeur nominale des pièces échangées?

311. La monnaie d'argent la plus répandue est le *florin*, qui est au titre des monnaies françaises. Sachant que 625 florins valent $1325^{f},75$, on demande la valeur et le poids du florin.

312. ROYAUME DE GRÈCE. Les monnaies usitées dans ce royaume sont :

La *tessaraconta drachme*, ou 40 *drachmes*, en or, pesant	$11^{gr},520$
L'*icossadrachme*, ou 20 *drachmes*, en or, pesant	5 ,760
Le *phénix*, en argent, pesant	4 ,477
La pièce de 5 *drachmes*, en argent, pesant	22 ,385
— 1 —	4 ,477
— ½ —	2 ,238

Toutes ces monnaies sont au même titre légal que les monnaies françaises ; on demande leur valeur dans cette hypothèse.

313. La valeur réelle de la *tessaraconta drachme* est $35^{f},64$, et la valeur réelle de la pièce de 5 *drachmes* est $4^{f},48$. Quel est, d'après cela, le titre réel de chacune de ces monnaies?

314. ROYAUME DE HANOVRE. On emploie dans ce pays, indépendamment du *ducat* ordinaire, qui est celui de la Confédération germanique (voy. le n° **310**),

un autre *ducat*, dit *ducat de 10 thalers*, dont la valeur est beaucoup plus grande : 60 de ces pièces forment un poids de 798 gr. et représentent une valeur nominale de 2457 fr.; mais elles ne seraient reçues au change des monnaies que pour 2452 fr. On demande le poids légal et la valeur de ce ducat, son titre légal et son titre au tarif.

315. Le *florin* de 24 mariengroschen est une pièce d'argent qui pèse $13^{gr},066$, et son titre légal est l'unité, c'est-à-dire qu'il est censé ne contenir que de l'argent pur. Cependant le kilogramme de cette monnaie n'est admis au change que pour $219^{f},67$. On demande la valeur nominale de cette pièce et son titre au tarif.

316. L'*écu* de Hanovre est une pièce d'argent qui vaut $5^{f},70$, et le kilogramme de cette monnaie vaut au change $193^{f},87$. On demande quel est le poids de la pièce, sachant que son titre au tarif surpasse d'un millième son titre légal.

317. États d'Italie. Indépendamment des pièces de 20 fr. et de 40 fr., qui ont le même titre et la même valeur qu'en France, on rencontre, dans le *duché de Parme*, des pièces de 4 pistoles qui pèsent $2^{gr},77$ de plus que 2 pièces de 40 fr., et valent $6^{f},12$ de plus. Quel est le titre de ces pièces ?

318. La *lira* a le même poids, le même titre légal et par conséquent la même valeur que le franc ; mais le kilogramme de cette monnaie vaut au change $199^{f},38$. Que gagne son titre au tarif?

319. Le *sequin de Toscane* pèse $3^{gr},488$, et il est

censé être en or pur; mais son titre perd 0,007 au tarif. On demande la valeur du sequin et celle du kilogramme de cette monnaie.

320. On fait usage en Toscane de deux autres monnaies d'or : la *pistole de Florence* ou *doppia*, et la *rosine* ou pièce *à la rose*. La rosine pèse 0gr,284 de plus que la pistole, et vaut 0f,45 de plus, quoique son titre légal soit inférieur de 0,0185 à celui de cette dernière. On demande le poids, le titre et la valeur de ces deux monnaies, sachant que la moyenne de leurs poids est 6gr,834.

321. Une personne a en sa possession 93 pistoles et 145 rosines; on demande quelle est la valeur nominale de cet or. Sachant, de plus, que le titre de la pistole au tarif est 0,913 et celui de la rosine 0,892, on demande quelle serait la valeur de ce même or au change des monnaies, et à quel poids d'or monnayé français il équivaudrait.

322. Le *talaro*, ou écu de 10 *pauls*, est une pièce d'argent pesant 27gr,507 ; son titre légal est 0,917, mais il perd 0,007 au tarif.

La *dena*, ou pièce de 10 livres, est également une pièce d'argent; elle pèse 39gr,443; son titre légal est 0,958, et elle ne perd que 0,001 au tarif.

On demande la valeur nominale de ces deux monnaies, et la valeur, au change, du kilogramme de chacune d'elles.

323. Pays-Bas. Le *ducat de Guillaume* est le même que le ducat de la Confédération germanique (**310**).

Le *ducat de Hollande* vaut 0f,07 de moins; et le kilogramme de cette monnaie vaut 3361f,38. On demande le poids de cette pièce, sachant que son titre perd 0,004 au tarif.

324. Une personne qui doit de l'argent à quelqu'un lui paye la valeur nominale de sa dette en lui comptant 475 ducats de Hollande. On demande quel était le montant de la dette, et ce que perdra le créancier au change des monnaies.

325. Le *florin* nouveau est une monnaie d'argent qui a le même poids que la pièce de 2 fr.; mais il vaut 0f,10 de plus. On demande ce que vaut le kilogramme de cette monnaie, sachant que son titre perd 0,001 au tarif.

326. Le florin antérieur à 1848 (monnaie de compte) vaut 0f,04 de plus que le précédent; mais le kilogramme de cette monnaie vaut 10f,36 de moins. On demande le poids et le titre de ce florin, sachant que ce titre perd également 0,001 au tarif.

327. Portugal. Toutes les monnaies d'or portugaises sont au titre légal de 0,917; mais elles perdent 0,003 au tarif. D'après cela, on demande ce que valent :

La *portugaise* (moeda douro), de 4800 reis, pesant		10gr,752
La *dobra*, de 12800 reis,	—	28 ,629
La *cruzade d'or* neuve, de 480 reis,	—	1 ,062
La *couronne d'or*, de 10000 reis,	—	17 ,733

et ce que vaudraient ensemble ces quatre pièces au change des monnaies.

328. La *couronne d'argent* est au même titre que les monnaies d'or portugaises, et pèse 29^{gr},608. La *cruzade neuve* d'argent est au même titre que les monnaies françaises, et si l'on calcule la valeur de ces deux pièces à un demi-centime près, on trouve que 201 cruzades font exactement 98 couronnes. On demande la valeur de ces deux monnaies et le poids légal de la cruzade.

329. On a des *cruzades d'or* et des *cruzades d'argent* formant un nombre total de 35 pièces ; mais l'ensemble des cruzades d'argent vaut 40 fr. de plus que l'ensemble des cruzades d'or. On demande quelle est la valeur totale de ces 35 pièces, et ce qu'on perdrait sur cette somme au change des monnaies.

330. Prusse. Le *ducat* de Prusse est celui de la Confédération germanique (voy. le n° **310**).

Le *frédéric* est une pièce d'or qui pèse 6^{gr},682. Le kilogramme de cette monnaie vaudrait au change 20^{f},622 de plus, si le titre au tarif était le même que le titre légal. Sachant que la moyenne de ces deux titres est précisément le titre des monnaies françaises, on demande la valeur du frédéric et celle du kilogramme de cette monnaie.

331. Le *thaler*, de 30 silbergros, est une monnaie d'argent qui pèse 22^{gr},273. L'*écu de convention*, ou double thaler, est au titre des monnaies françaises et pèse 37^{gr},120. On demande la valeur de ces deux monnaies et le titre légal du thaler.

332. États Romains. La *pistole* est une monnaie

d'or pesant $5^{gr},471$; elle est au titre de 0,917, et perd 0,008 au tarif. Le *sequin*, supposé d'or pur, pèse $3^{gr},426$; son titre perd 0,006 au tarif. Le *scudo* de Pie IX pèse $1^{gr},734$; il est au titre des monnaies françaises, et ne perd que 0,001 au tarif. On demande ce que vaudraient 300 pistoles, 200 sequins et 100 scudi, et ce qu'on perdrait sur la somme totale au change des monnaies.

333*. Le *teston de Rome*, écu de 10 *pauls* ou de 100 *baioques*, est une pièce d'argent au même titre que la pistole. L'*écu de Pie IX* est au titre des monnaies françaises; il pèse 396 milligrammes de plus que le teston de Rome, mais il vaut 2 centimes de moins, ou plus exactement $0^{f},020673$ de moins. On demande le poids légal et la valeur de ces deux pièces.

334. Russie. Le *ducat à l'aigle*, depuis 1763, pèse 17 grammes de moins que le ducat de la Confédération germanique; il vaut 26 centimes de moins; et le kilogramme de cette monnaie vaut au change $51^{f},56$ de moins que le kilogramme de ducats de la Confédération (**310**). On demande le titre légal du ducat à l'aigle, et ce qu'il perd au tarif.

335. L'*impériale*, de 10 *roubles*, depuis 1763, pèse $0^{gr},169$ de plus que la pièce française de 40 fr., et elle vaut $1^{f},29$ de plus; quel est son titre légal?

336. La *pièce de* 5 *roubles*, de 1849, pèse 9 milligrammes de plus qu'elle ne devrait peser comparativement à l'impériale de 10 roubles, et son titre est inférieur de 0,001 à celui de l'impériale. On demande

ce que vaut cette pièce, et quelle est la valeur du kilogramme de cette monnaie au change, sachant qu'elle ne perd rien au tarif.

337. Le *rouble argent*, depuis 1798, est au titre de 0,874, et vaut 4 fr. Cette monnaie ne perd rien au tarif. On demande le poids de la pièce et la valeur du kilogramme de roubles au change des monnaies.

338. Le *rouble argent*, de 1849, a la même valeur que le précédent; mais son titre est inférieur de 0,006. Quel est son poids ?

339. SARDAIGNE. Le *carlin* neuf de 5 *pistoles* est une monnaie d'or qui remonte à 1785. On fait une somme de 569 fr. avec 4 carlins, formant un poids total de 182^{g},34; mais ces quatre pièces perdraient ensemble 2^{f},50 au change des monnaies. On demande le titre légal du carlin, sa valeur et celle de la pistole, enfin la perte que le titre de ces monnaies éprouve au tarif.

340. L'*écu* ou *scudo nuovo* est une monnaie d'argent au même titre que le carlin, et dont 25 font 177 fr.; le titre de cet écu gagne 0,001 au tarif. On demande la valeur et le poids de la pièce, ainsi que la valeur du kilogramme de cette monnaie.

341. Depuis 1816, on fait usage en Sardaigne de monnaies décimales qui sont au même titre que les monnaies françaises, savoir : en or, la *quadruple*, de 80 livres, ou 80 francs, la *pistole* de 40 livres, et la pistole de 20 livres; en argent, l'*écu* de 5 livres, ou 5 francs, et la *livre*, valant 1 franc. Le titre des mon-

naies d'or perd 0,001 au tarif, tandis que le titre des monnaies d'argent gagne 0,004. On demande, d'après ce qui précède, ce que l'on payerait au change des monnaies pour 7 quadruples, 13 pistoles de 40 livres, 5 pistoles de 20 livres, 31 écus de 5 livres, et 17 pièces d'une livre.

342. Royaume de Saxe. Outre le *ducat* de la Confédération germanique (**310**), on rencontre en Saxe l'*auguste* de 5 *thalers*, pièce d'or au titre de 0,903 et pesant 6g,670. Quelle est sa valeur ?

343. Indépendamment du *thaler*, monnaie de compte qui vaut 3f,90, on fait usage en Saxe d'un *écu de convention* créé en 1838, qui est au titre des monnaies françaises et pèse 37g,120. Que vaudraient 350 de ces écus, et combien feraient-ils de *thalers* ?

344. Royaume des Deux-Siciles. La *pièce de* 10 *onces*, ou de 30 *ducati*, est en or; elle pèse 37g,867 et vaut 129f,91, mais son titre réel est inférieur de 0,001 à son titre légal. On demande, d'après cela : 1° quel poids de cuivre il faudrait ajouter à 100 de ces pièces pour faire un alliage au titre des monnaies françaises; 2° combien, avec ce poids d'alliage, on pourrait faire de pièces de 20 fr.; 3° quel serait le titre de l'alliage si l'on y ajoutait le surcroît de cuivre nécessaire pour obtenir exactement une pièce de 20 fr. de plus.

345. Le *ducat de* 10 *carlins* et la *pièce de* 12 *carlins* sont en argent, au titre de 0,8335; et la seconde vaut 0f,85 de plus que la première. On demande la valeur

et le poids de chacune de ces pièces, ainsi que la valeur et le poids du carlin.

346*. Suisse. La Suisse ne frappe point de monnaie d'or; et sa monnaie d'argent a le même poids, le même titre, et par conséquent la même valeur que la monnaie française.

On a 362 écus de Sardaigne, pesant 35g,166 au titre de 0,906; et d'anciens florins de Bade au titre de 0,750, pesant chacun 12g,725. Combien faut-il fondre de ces florins avec les écus de Sardaigne pour faire de la monnaie suisse; et combien l'alliage obtenu fournira-t-il de pièces de 5 fr.?

347. Suède. Le *ducat* de Suède est une pièce d'or dont le titre est inférieur de 0,0105 à celui du ducat de la Confédération germanique (**310**); et 79 ducats de Suède ne valent que 78 ducats de la Confédération. On demande quelle serait la différence de poids entre ces deux quantités de ducats, et quelle valeur commune elles exprimeraient en francs.

348. On trouve en Suède deux monnaies d'argent principales; le *riksdaler* ancien et le *riksdaler* nouveau : 1132 riksdalers anciens en valent 1150 nouveaux, et 100 pièces d'une espèce plus 100 pièces de l'autre font une somme de 1141 fr. Quelle est la valeur de chacun de ces deux riksdalers; et quel est le titre du riksdaler nouveau, dont le poids légal est 33g,925 ?

349. Turquie. La *pièce de* 100 *piastres* pèse 7g,190 et elle est en or, au titre de 0,916. La *pièce de* 50 *piastres* pèse moitié moins, mais elle est au même titre.

On demande quelle est la valeur de chacune de ces deux pièces, et quelle erreur on commettrait en comptant 75 piastres pour 17 fr.

350. Les pièces de 20 *piastres*, de 10 *piastres* et de 5 *piastres* sont en argent, au titre de 0,833; mais, au tarif, elles perdent respectivement 0,005, 0,007 et 0,009. Sachant que la pièce de 20 piastres pèse 24^g,068, on demande ce que vaudraient 150 pièces de 20 piastres, 200 pièces de 10 piastres et 250 pièces de 5 piastres, et ce qu'on perdrait au change sur la somme entière.

351*. Royaume de Wurtemberg. Le *ducat* de Wurtemberg est le ducat de la Confédération germanique (310). On emploie dans le même pays une autre monnaie d'or, le *carolin*, qui pèse 9^g,744 et vaut 25^f,87; mais son titre perd 0,004 au tarif.

Cela posé, on a un certain nombre de ducats et de carolins, ayant ensemble une valeur nominale de 1412 fr., mais qui, au change des monnaies, perdrait 10^f,10, à 1 dixième de centime près; on demande combien il y a de ducats et combien de carolins.

352*. Les monnaies d'argent les plus récentes sont au titre des monnaies françaises; ce sont: l'*écu* de 2 *thalers*, et la pièce de 2 *florins*. Le thaler vaut 1^f,59 de plus que le florin; et l'on fait 159 fr. avec 20 thalers et 40 florins. On demande la valeur et le poids des deux pièces de monnaie ci-dessus désignées.

353. On trouve aussi, dans le Wurtemberg, une monnaie d'argent appelée *kronen-thaler* ou gros écu,

qui pèse 29g,5 et qui est au titre de 0,870. On demande combien 530 de ces pièces valent de francs, et combien elles valent de florins.

354. Principaux États hors d'Europe. Dans l'*Empire Indo-Britannique*, les monnaies d'or en usage sont la *quadruple pagode*, qui porte aussi le nom de *mohur*, la *double pagode* et la *pagode*. Ces monnaies sont au titre de 0,916 $\frac{2}{3}$, et la quadruple pagode pèse 11g,664. Les monnaies d'argent usitées sont la *roupie*, la *demi-roupie*, le *quart de roupie*; ces monnaies sont au même titre que les monnaies d'or, et elles ont respectivement le même poids que la quadruple pagode, la double pagode et la pagode. On demande la valeur de ces diverses pièces de monnaie.

355. En *Égypte*, les monnaies les plus connues sont:

En or, le *sequin*,	au titre de	0,750,	pesant	2gr,600
En argent, le *grouch*,	—	0,461	—	2 ,900

On demande ce que valent 1000 sequins, et ce que valent 200 grouch.

356. Aux *États-Unis*, les monnaies d'or et d'argent sont au même titre que les monnaies françaises. Ces monnaies sont:

En or, la pièce de	20	*dollars*.
—	10	—
—	5	—
—	2½	—
—	1	—

En argent, la pièce de	1	*dollar*, ou	100	*cents*.
—	$\frac{1}{2}$	—	50	—
—	$\frac{1}{4}$	—	25	—
—	1	*dime*, ou	10	—
—	$\frac{1}{2}$	—	5	—

La pièce de 20 dollars pèse 33^{g},435, et la pièce de 1 dollar en argent pèse 26^{g},729. On demande, d'après cela :

1° Quelle est la valeur de ces différentes pièces de monnaie ;

2° Quelle est, aux États-Unis, le rapport de la valeur de l'or à celle de l'argent, sous un même poids.

357. Au *Mexique*, les principales monnaies sont la *quadruple pistole*, en or, et la *piastre*, en argent. La quadruple est *à* 21 *quilatès*, ou *karats*, c'est-à-dire que son titre est $\frac{21}{24}$; et 40 quadruples valent 3249 fr. La piastre pèse 27 gr. ; et il en faut 15 pour faire une quadruple. On demande le poids de la quadruple, ainsi que la valeur et le titre de la piastre.

358. Au *Brésil*, les monnaies en usage sont :

En or, les pièces de 20000 *reis* et de 10000 *reis*.
En argent, les pièces de 2000 *reis*, de 1000 *reis* et de 500 *reis*.

Toutes ces monnaies sont à 22 quilatès, c'est-à-dire au titre de $\frac{22}{24}$ ou, en millièmes, de 0,916 $\frac{2}{3}$. On demande leurs valeurs, sachant que 27 pièces de 10000 *reis* pèsent 242 gr., et que le rapport de la valeur de l'or à celle de l'argent, sous le même poids, est, au Brésil, de 14 $\frac{2}{9}$.

§ 2. Des monnaies de compte.

359. On appelle *monnaie de compte* une monnaie réelle ou fictive, à laquelle, dans chaque pays, on rapporte toutes les autres, et qui est seule exprimée dans les actes officiels ou dans les transactions particulières. Les monnaies de compte usitées sont les suivantes :

France. Le *franc*, monnaie réelle, qui se divise comme on sait, en 100 centimes. 1f,00

Angleterre. La *livre sterling*, monnaie fictive mais qui a son équivalent réel, le *souverain*.

La livre sterling vaut au pair 25f,21

Elle se subdivise en 20 *sous sterling*, ou *schellings*, et le sou sterling en 12 *deniers sterling*, ou *pences* (au singulier, *penny*); le penny se divise lui-même en 4 *farthing*.

Autriche. Le *florin*, monnaie réelle, valant au pair 2f,60

Il se divise en 60 *kreutzers*.

Royaume Lombardo-Vénitien. La *lira*, monnaie réelle, 0f,86

Elle se divise en 100 *centesimi* ou centimes.

Bavière. La *risdale courante*, monnaie fictive, valant au pair 3f,24

Ou le *florin*, *id.* 2f,16

La risdale se divise en 90 *kreutzers*, et le florin en 60 *kreutzers*.

DANEMARK. La *risdale courante*, monnaie réelle, valant au pair 4f,96

Elle se divise en 96 *schillings*.

ESPAGNE. Le *réal*, monnaie réelle, valant au pair 0f,26

Il se divise en 34 *maravédis*.

Dans les opérations de change, on fait usage de deux autres monnaies de compte :

La *piastre*, monnaie réelle, de 20 *réaux de vellon* (billon), valant au pair 5f,25

La *pistole* de change, monnaie fictive, de 32 *réaux de plata* (argent), dont la valeur est de 3 *piastres* réelles ou 15f,75

(Bien qu'elle se divise en 4 piastres de change.)

CONFÉDÉRATION GERMANIQUE. Le *florin*, monnaie réelle, valant au pair 2f,12

Il se divise en 60 *kreutzers*, et le kreutzer en 4 *pfennigs*.

Dans les opérations de change, on fait usage de deux autres monnaies de compte :

Le *florin d'Empire*, dont 297 font au pair 640 fr.;

Le *thaler de change*, dont 92 font 165 *florins d'Empire*.

Et le *florin de change*, qui est les $\frac{2}{3}$ du *thaler de change*.

Le *florin de change* se divise en 60 *kreutzers*, et le *thaler de change* en 90 *kreutzers*.

HAMBOURG. Le *marc-banco*, monnaie fictive, valant au pair 1f,88

Il se divise en 16 *schillings*, et le schilling en 12 pfennigs.

GRÈCE. La *drachme*, valant au pair 0f,896

HANOVRE. Le *florin*, monnaie réelle, valant au pair 2f,90

Il se divise en 24 marien-groschen.

DUCHÉ DE PARME. La *lira*, monnaie fictive, valant au pair 1f,00

Elle se divise en 100 centimes.

DUCHÉ DE TOSCANE. La *lira*, monnaie fictive, valant au pair 0f,84

Elle se divise en 20 *soldi* de 12 *denari*; quelquefois aussi en 100 centimes.

PAYS-BAS. Le *florin*, monnaie réelle, valant au pair 2f,14

Et se divise en 100 *cents*.

PORTUGAL. *Mille reis*, monnaie de compte, valant 7f,07

Mille reis, monnaie réelle, valant au pair 6f,12

Mille reis, monnaie de change, ne valant que les $\frac{5}{6}$ des *mille reis*, monnaie réelle, c'est-à-dire 5f,10

(C'est le double du *teston* de 500 *reis*, monnaie réelle.)

PRUSSE. Le *thaler*, monnaie réelle, valant au pair 3f,71

Il se divise en 30 *silbergroschen*.

ÉTATS-ROMAINS. L'*écu* ou *scudo*, monnaie réelle, valant au pair 5f,36

Il se divise en 100 *baïocchi*.

RUSSIE. Le *rouble d'argent*, monnaie réelle, valant au pair 4f,00

Et quelquefois le *rouble*, papier, qui vaut légalement les $\frac{2}{7}$ du rouble argent, c'est-à-dire environ 1f,14

L'un et l'autre se divisent en 100 *kopecks*.

SARDAIGNE. La *lira*, monnaie réelle, valant au pair 1f,00

Elle se divise en 100 *centesimi* ou centimes.

SAXE. Le *thaler*, monnaie fictive, valant au pair 3f,90

Il se divise en 24 *bons gros (gute groschen)*.

DEUX-SICILES. Le *ducat*, monnaie réelle, valant au pair 4f,24

Il se divise en 5 *tarins*, et le tarin en 20 *grains*.

SUISSE. Le *franc*, monnaie réelle, valant au pair 1f,00

Il se divise en 100 *rappes* ou centimes.

SUÈDE. La *risdale d'espèce*, monnaie ancienne, valant au pair 5f,75

Elle se divise en 48 schillings.

TURQUIE. La *piastre*, monnaie fictive, valant au pair 0f,22

WURTEMBERG. Le *florin*, valant 2f,12

Il se divise en 60 *kreutzers*.

EMPIRE INDO-BRITANNIQUE. La *roupie*, monnaie réelle, valant au pair 2f,37

Elle se divise en 16 *annas*.

ÉGYPTE. La *piastre*, monnaie réelle, valant au pair 0f,30

Elle se divise en 40 *paras*.

ÉTATS-UNIS. Le *dollar*, monnaie réelle, valant au pair 5f,18

Il se divise en 100 *cents*.

MEXIQUE. La *piastre*, monnaie réelle, valant au pair 5f,41

Elle se divise en 8 *réaux*.

BRÉSIL. 1000 *reis*, monnaie réelle, valant au pair 2f,60

On demande, d'après ce tableau, combien 542 *thalers* de Prusse et 25 *silbergroschen* font de *livres sterlings*.

360. Combien 1882 *roubles* (argent) de Russie, et 75 *copecks* valent-ils de *thalers* de Prusse?

361. Combien 357 *florins* d'Autriche et 40 *kreutzers* valent-ils de *roubles* (argent) de Russie?

362. Combien 519 *lires* de Toscane et 16 *soldi* valent-ils de *florins* d'Autriche?

363. Combien 25800 *réaux* d'Espagne valent-ils de *dollars* des États-Unis?

364. Un négociant a à recevoir 437 *risdales d'espèce* de Suède, 42 *schillings*, et 513 *marcs-banco* de Hambourg, 11 *schillings*. Mais il doit payer à Amsterdam 2897 *florins* et 75 *cents*. On demande d'exprimer la différence en *risdales courantes* de Danemark.

365. On doit payer à Francfort 621 *florins* 36 *kreutzers*, et à Munich, 217 *risdales* 35 *kreutzers*; mais on a à recevoir de Lisbonne 500 000 *reis*, monnaie de change. On demande d'exprimer la différence en *thalers* de Saxe.

366. On demande d'exprimer 1000000 de *francs* en monnaies de compte d'Angleterre, de Prusse, d'Autriche, de Sardaigne et de Russie.

367. Quel est le plus petit nombre de *thalers* de Saxe qui fasse un nombre exact de *florins* d'Autriche?

368. Quel est le plus petit nombre de *scudi* de Rome qui fasse un nombre exact de *risdales* de Danemark?

369*. Quel est le plus petit nombre de *livres sterling* qui fasse un nombre de *francs* : 1° exactement, 2° à 1 centime près?

370*. Quel est le plus petit nombre de *livres sterling* qui fasse un nombre de *dollars* des États-Unis : 1° exactement, 2° à 1 centime près?

371*. Quel est le plus petit nombre de *livres sterling* qui fasse un nombre de *roupies* de l'empire indo-britannique : 1° exactement, 2° à 1 centime près?

372*. Quel est le plus petit nombre de *risdales* de Suède qui fasse un nombre de *thalers* de Prusse : 1° exactement, 2° à 1 centime près?

373*. Quel est le plus petit nombre de *piastres* du

Mexique qui fasse un nombre entier de *marcs-banco* de Hambourg, à 1 centime près ?

374*. Quel est le plus petit nombre de mille *reis* de Portugal (monnaie de compte), qui fasse, à 1 centime près, un nombre entier de *florins* des Pays-Bas ?

375*. Quel est le plus petit nombre de *dollars* des États-Unis qui fasse, à 2 centimes près, un nombre entier de *réaux* d'Espagne ?

376. Trouver le plus petit nombre de *francs* qui fasse à la fois : un nombre exact de *thalers* de Saxe, un nombre exact de *florins* d'Autriche, et un nombre exact de *florins* de Bavière.

377. Trouver le plus petit nombre de *francs* et *centimes* qui fasse à la fois : un nombre exact de *piastres* du Mexique, un nombre exact de *thalers* de Prusse, et un nombre exact de *marcs-banco* de Hambourg.

378. On demande d'exprimer, les unes au moyen des autres, les monnaies de compte de France, d'Angleterre, d'Autriche, de Prusse, de Russie, d'Espagne et des États romains.

379. Exprimer de même, les unes au moyen des autres, les monnaies de compte de France, d'Angleterre, des Indes britanniques, d'Égypte, des États-Unis et du Mexique.

§ 3. Du change direct.

380. Les opérations de *change* ont pour but d'effectuer des payements à distance, sans aucun transport réel de numéraire. Une personne de Paris qui veut payer une certaine somme à un créancier de Londres, achète d'un banquier de Paris une *lettre de change* sur un banquier de Londres, et l'adresse à son créancier; celui-ci la présente au banquier de Londres, qui lui remet la somme dont il s'agit, énoncée en monnaie anglaise sur la lettre de change.

Si cette opération se faisait *au pair*, quelle somme faudrait-il payer au banquier de Paris pour obtenir une lettre de change de 361 *livres sterling* 18 *schellings* et 10 *pences* sur Londres?

381. Quelle somme faudrait-il payer à un banquier de Londres pour obtenir une lettre de change de 3000 fr. sur Paris, l'opération du change étant supposée s'effectuer *au pair*?

382. Mais le cas où le change s'effectue *au pair* est un cas exceptionnel qui se présente très-rarement. Si, par suite des transactions commerciales, il arrive, au moment que l'on considère, qu'il y ait plus de négociants de Paris débiteurs de Londres qu'il n'y a de négociants de Londres débiteurs de Paris, la somme des payements à effectuer de Paris à Londres sera plus considérable que la somme des payements à effectuer de Londres à Paris; les lettres de change sur Londres seront donc plus recherchées à Paris que les lettres de change sur Paris ne seront recherchées à Londres, et

il arrivera à ces deux espèces de papiers ce qui arrive à toute autre marchandise : le papier le plus recherché augmentera de valeur et le moins recherché diminuera ; la *livre sterling* vaudra à Paris plus de 25^{f},21, et 25^{f},21 vaudront à Londres un peu moins d'une *livre sterling*.

On demande : 1° ce que vaudrait à Paris une lettre de change de 361 *liv. st.* 18 *schell.* 10 *pences* sur Londres, si le change était à 25^{f},24 pour une livre sterling.

2° Ce que vaudrait à Londres, dans la même hypothèse, une lettre de change de 3000 fr. sur Paris.

383. Le *taux* du change entre deux places de commerce est le rapport entre les quantités de monnaies des deux pays qui s'équivalent au moment considéré. Mais il est commode de ne faire varier que l'un des deux termes du rapport. Ainsi, entre Paris et Londres, il y a un terme constant, c'est la *livre sterling*, et un terme variable, c'est le nombre de *francs* et *centimes* qui équivalent à la *livre sterling* à l'époque que l'on considère. Pour exprimer cette convention, on dit que *Paris* donne l'*incertain* pour le *certain* ; le *certain* est la *livre sterling*, l'*incertain* est le nombre variable de *francs* et *centimes* qui équivalent, au moment considéré, à la *livre sterling*.

Il en est de même entre deux places quelconques ; l'une d'elles donne le *certain* et l'autre l'*incertain*, en sorte que l'un des deux termes du rapport étant toujours sous-entendu, il suffit d'énoncer l'autre. Voici le tableau des conventions établies à cet égard entre Paris et les principales places de commerce :

Places.	Incertain.		Certain.
Amsterdam	214 centimes, plus ou moins, pour		1 florin de Hollande.
Auguste (Augsbourg)	260 —	—	1 florin courant.
Berlin	371 —	—	1 thaler.
Francfort	215 —	—	1 florin de change.
Hambourg	188 —	—	1 marc-banco.
Lisbonne	510 —	—	1000 reis de change.
Londres	25f,21	—	1 livre sterling.
Madrid	525 centimes	—	1 piastre (réelle).
Milan	84 —	—	1 livre.
Naples	424 —	—	1 ducat.
New-York	518 —	—	1 dollar.
Rome	536 —	—	1 écu romain.
Saint-Pétersbourg	4 fr.	—	1 rouble (argent).
ou	1f,14	—	1 rouble (papier).
Vienne	260 centimes	—	1 florin courant (ou florin effectif, ou florin d'Auguste; ces expressions sont équivalentes).

Avec les places qui se servent de la même monnaie que nous, le cours du change s'exprime par tant pour 100 de perte. Dire, par exemple, que le change avec Bâle est à 1 pour 100 de perte, c'est dire que l'on paye 99 fr. à Paris une lettre de change de 100 fr. sur Bâle.

Cela posé, on suppose que les cours du change soient les suivants (cours du 4 décembre 1856) :

Amsterdam,	214 $\frac{1}{2}$.
Hambourg,	190 $\frac{1}{2}$.
Berlin,	372 $\frac{1}{2}$.
Londres,	25,20.
Madrid,	517 $\frac{1}{2}$.
Cadix, Bilbao,	520.
Lisbonne,	542 $\frac{1}{2}$.
Gênes,	$\frac{3}{4}$ p. % de perte.
Livourne,	85 $\frac{3}{4}$.
Naples,	461 $\frac{1}{2}$.
Vienne,	238 $\frac{1}{2}$.
Milan,	85.
Francfort,	213 $\frac{1}{2}$.

Et l'on demande ce qu'il faudrait payer dans chacune de ces villes pour obtenir une lettre de change de 2000 fr. sur Paris (en supposant que le taux du change y soit le même qu'à Paris).

384. Les cours du change étant supposés les mêmes qu'au numéro précédent, on demande ce que coûteraient à Paris des lettres de change de :

500	*livres sterling*	sur	Londres.
1250	*marcs banco*	—	Hambourg.
870	*thalers*	—	Berlin.
2500	*florins*	—	Francfort.
420	*ducats*	—	Naples.
680	*piastres*	—	Madrid.

385. Le cours du change entre deux places s'exprime quelquefois de deux manières différentes. Par exemple :

A Paris, le cours du change avec Vienne s'exprime par un certain nombre de *centimes* pour un *florin*, ou par un certain nombre de *francs* pour 100 *florins*. A Vienne, le même cours s'exprime par un certain nombre de *florins* pour 300 *francs*.

A Paris, le cours du change avec Madrid s'exprime par un certain nombre de *francs* pour 100 *piastres* (monnaie réelle). A Madrid, le même cours s'exprime par un certain nombre de *francs* pour une *pistole* de change (de 32 *réaux de plata*, valant 3 *piastres*, monnaie réelle).

A Paris, le cours du change avec Francfort s'exprime par un certain nombre de *centimes* pour 1 *florin*,

ou de *francs* pour 100 *florins* de change. A Francfort, le même cours s'exprime par un certain nombre de *thalers* de change pour 300 *francs* (voy. le nº **359**).

A Paris, le cours du change avec Berlin s'exprime par un certain nombre de *centimes* pour 1 *thaler*, ou de *francs* pour 100 *thalers*. A Berlin, le même cours s'exprime de plusieurs manières, et particulièrement par un certain nombre de *thalers* pour 300 *francs*.

A Paris, le cours du change avec Milan s'exprime par un certain nombre de *centimes* pour 1 *livre*, ou de *francs* pour 100 *livres*. A Milan, le même cours s'exprime par un certain nombre de *centimes* pour 1 *franc*.

A Paris, le cours du change avec Lisbonne s'exprime par un certain nombre de *centimes* pour 1000 *reis*. A Lisbonne, le même cours s'exprime par un certain nombre de *reis* pour 3 *francs*.

A Paris, le cours du change avec Amsterdam s'exprime par un certain nombre de *centimes* pour 1 *florin*, ou de *francs* pour 100 *florins*. A Amsterdam, le même cours s'exprime par un certain nombre de *florins* pour 120 *francs*.

Cela posé, en admettant les taux indiqués au nº **383**, on demande comment le cours du change avec Paris s'exprimerait à Vienne, à Madrid, à Francfort, à Berlin, à Milan, à Lisbonne et à Amsterdam.

386. Les cours du change entre deux places ne sont pas toujours réciproques, c'est-à-dire que, quoique l'égalité entre les deux taux tende sans cesse à s'établir, il arrive cependant, par l'effet de la distance et par d'autres causes, que cette égalité n'a pas lieu.

Le change avec Vienne étant, à Paris, au cours de $237\frac{1}{2}$, et le change avec Paris étant, à Vienne, au cours de $122\frac{1}{2}$, on demande si le taux est le même.

387. Le change avec Francfort étant, à Paris, au cours de $212\frac{1}{2}$, et le change avec Paris étant, à Francfort, au cours de 79, on demande de comparer les deux taux.

388. Le change avec Madrid étant, à Paris, au cours de 520, et le change avec Paris étant, à Madrid, au cours de 15f,60 (pour une pistole de change), on demande de comparer les deux taux.

389. Le change avec Milan étant, à Paris, au cours de $85\frac{1}{2}$, et le change avec Paris étant, à Milan, au cours de 118 centimes, quelle est celle des deux villes où la valeur de 100 livres de Milan est la plus grande?

390. Le change avec Amsterdam étant, à Paris, au cours de 215, et le change avec Paris étant, à Amsterdam, au cours de $56\frac{1}{2}$, on demande quelle est celle des deux villes où la valeur de 100 florins est la plus grande.

391. Un négociant qui a des fonds à faire passer à un de ses correspondants peut s'y prendre de deux manières.

Supposons, pour fixer les idées, qu'il s'agisse d'un négociant de Paris que nous nommerons Pierre, ayant, à Vienne, un correspondant que nous nommerons Jacques.

Pierre peut acheter, à Paris, une ou plusieurs lettres

de change sur des maisons de Vienne, et les adresser à Jacques qui en touchera le montant. C'est ce qu'on appelle *faire des remises* à son correspondant.

Au lieu d'opérer ainsi, Pierre peut donner à Jacques l'ordre de *tirer sur lui*, c'est-à-dire de faire des lettres de change sur lui, Pierre, lettres ou *traites* que Jacques négociera, c'est-à-dire vendra à Vienne. Le résultat des deux opérations sera le même, avec cette différence que, dans le premier cas, Pierre débourse d'abord et Jacques touche ensuite; tandis que, dans le second cas, Jacques touche d'abord le montant de ses traites, et Pierre les acquitte lorsqu'on les lui présente.

Mais s'il n'y a pas réciprocité entre les cours du change, il peut être plus avantageux d'opérer d'une manière que de l'autre.

Le change avec Vienne étant, à Paris, au cours de 238, et le change avec Paris étant, à Vienne, au cours de 124, on demande s'il vaudrait mieux, pour faire parvenir à Vienne une somme de 2400 florins, faire des remises à son correspondant ou lui donner ordre de tirer sur Paris, et ce que l'on gagnerait en adoptant la meilleure méthode.

392. Un négociant de Paris veut faire passer 1800 *piastres* à son correspondant de Madrid ; le change avec Madrid étant, à Paris, au cours de $540\frac{1}{2}$, et le change avec Paris étant, à Madrid, au cours de 16f,23, vaudrait-il mieux, pour lui, faire des remises à son correspondant ou lui donner ordre de tirer sur Paris, et qu'y a-t-il à gagner en adoptant la méthode la plus avantageuse?

393. Un négociant de Paris a 1500 *ducats* à faire parvenir à son correspondant de Naples. Le change avec Naples étant, à Paris, au cours de 438, et le change avec Paris étant, à Naples, au cours de 22,83 (c'est-à-dire 22 *ducats* 83 *grains* pour 100 fr.), on demande s'il vaut mieux, pour lui, faire des remises à son correspondant ou lui donner l'ordre de tirer sur Paris.

394. Un négociant qui a des fonds chez un de ses correspondants, et qui veut les faire rentrer, peut s'y prendre de deux manières.

Soit, par exemple, Pierre un négociant de Paris, et Jacques son correspondant de Vienne.

Pierre peut *tirer* sur Jacques, c'est-à-dire qu'il peut faire des lettres de change sur Jacques, qu'il négociera, c'est-à-dire vendra à Paris, et que Jacques payera à Vienne au moment de leur présentation.

Il peut encore donner à Jacques l'ordre de lui *faire des remises*, c'est-à-dire qu'il peut ordonner à Jacques d'acheter à Vienne des lettres de change sur des maisons de Paris, et de les lui adresser pour qu'il en touche le montant.

Sauf les différences résultant du change, le résultat des deux opérations sera le même; avec cette seule distinction que, dans le premier cas, Pierre touchera le montant de ses traites avant que Jacques n'en paye la valeur; tandis que, dans le second cas, Jacques payera la valeur des traites sur Paris avant que Pierre n'en touche le montant.

Mais les résultats peuvent être différents si les cours

du change entre Paris et Vienne ne sont pas réciproques.

Les cours étant supposés les mêmes qu'au n° **391**, on demande laquelle des deux marches précédentes devra adopter un négociant de Paris qui veut faire rentrer dans sa caisse une somme de 3500 florins déposés chez son correspondant de Vienne.

395. Un négociant de Paris veut faire venir de Lisbonne une somme de 380000 *reis* déposés chez son correspondant. Le change avec Lisbonne étant, à Paris, au cours de 512, et le change avec Paris étant, à Lisbonne, au cours de 585, on demande si ce négociant devra tirer sur son correspondant ou lui donner l'ordre de lui faire des remises, et combien il gagnera à employer la meilleure méthode.

396. Un négociant de Paris, qui a déposé 6000 *florins* chez son correspondant d'Amsterdam, désire les faire rentrer dans sa caisse. Devra-t-il tirer sur son correspondant, ou lui donner l'ordre de lui faire des remises, le change avec Amsterdam étant, à Paris, au cours de $211\frac{3}{4}$, et le change avec Paris étant, à Amsterdam, au cours de 57.

397. Nous avons supposé jusqu'ici qu'il s'agissait de lettres de change *à vue*, c'est-à-dire payables au moment de leur présentation. Mais la plupart des traites ne sont payables qu'à un certain nombre de jours de date ou de vue, presque toujours constant pour chaque place, et qu'on nommait autrefois l'*usance*. Ainsi, Marseille tire sur Rome à 90 jours, Rome tire

sur Marseille à 75 jours; Naples tire sur Gênes à 40 jours; Paris tire aujourd'hui à 90 jours sur la plupart des places, etc., etc.

Il en résulte qu'un négociant qui veut acquitter immédiatement une dette envers un de ses correspondants, au moyen d'une remise, à une échéance plus ou moins longue, doit lui tenir compte des intérêts pour le nombre de jours qui restent à s'écouler jusqu'au jour de l'échéance.

Un négociant de Marseille, qui doit 300 *ducats* à Naples, veut s'acquitter au moyen d'un effet à 90 jours; combien aura-t-il à débourser, le cours du change avec Naples étant à $433\frac{1}{2}$, et l'intérêt se calculant à 4 pour 100 par an?

398. Un négociant de Paris, qui doit 540 *marcs-banco* à Hambourg, veut s'acquitter au moyen d'un effet à 30 jours de date; que devra-t-il payer, le cours du change avec Hambourg étant à $187\frac{1}{2}$, et l'intérêt se calculant à 3 pour 100?

399. Un négociant de Lisbonne, qui doit 460 *livres sterling* à Londres, veut s'acquitter au moyen d'un effet à 60 jours; qu'aura-t-il à payer, le cours du change étant à $54\frac{1}{2}$ *deniers sterling* pour 1000 *reis* de change, et l'intérêt étant supposé calculé à $4\frac{1}{2}$ pour 100?

400. Il en est de même lorsqu'un négociant, qui a des fonds déposés chez un de ses correspondants, veut en retirer immédiatement une partie, et pour cela donne ordre à ce correspondant de lui faire des re-

mises ; celui-ci doit lui tenir compte des intérêts des traites qu'il lui remet pour le temps qui doit s'écouler jusqu'au jour de leur échéance. Car, pour pouvoir en toucher immédiatement la valeur, il faudra que le négociant à qui elles sont remises les fasse escompter.

Un négociant de Vienne, qui veut retirer immédiatement de chez son correspondant de Naples une somme équivalente à 2600 *florins effectifs*, lui donne l'ordre de lui faire des remises, et celui-ci lui adresse un effet à 15 jours de vue. Combien le correspondant aura-t-il à payer, le change étant à 58 *grains* pour 1 *florin*, et les intérêts étant calculés à 4 pour 100 ?

401. Un négociant de Berlin veut retirer immédiatement, de chez son correspondant de Francfort, une somme équivalente à 1800 *thalers* de Prusse, et il lui donne l'ordre de lui faire des remises. Celui-ci lui adresse un effet à 15 jours de vue. Combien ce correspondant aura-t-il à payer, le cours du change étant à 104 *thalers* de Prusse pour 150 *florins* d'Empire, et les intérêts étant supposés calculés à 4 pour 100 ?

402. Lorsqu'une lettre de change, sans être à vue, est à une échéance plus courte que l'échéance consacrée par l'usage, il est clair que l'on doit tenir compte des intérêts pour le nombre de jours qui restent à s'écouler.

Si, par exemple, une personne de Londres, qui doit 1500 ducats à Naples, prend chez un banquier une lettre de change à 40 jours, l'usage étant de tirer à 90 jours, elle aura à payer les intérêts à 4 $\frac{1}{2}$ pour 100

pour les 50 jours restants. Qu'aura-t-elle à débourser si le cours du change est 42 *pences* pour 1 *ducat?*

403. Que coûterait, à Naples, une lettre de change de 2500 fr., à 30 jours, sur Marseille, le change étant à 23,20 *grains* pour 1 *franc*, l'usage étant de tirer à 70 jours, et les intérêts étant calculés à 4 pour 100?

404. Que coûterait, à Paris, une lettre de change de 2200 *marcs-banco*, à 20 jours, sur Hambourg, le change étant à 187 $\frac{1}{2}$, l'usage étant de tirer à 30 jours, et les intérêts étant à 3 pour 100?

405. Le calcul des intérêts doit aussi être pris en considération dans les questions analogues à celles des nos **391, 392, 393, 394, 395** et **396**, où il s'agit d'opter entre des traites ou des remises, parce que cette considération modifie le taux réel du change.

Supposons, par exemple, que le change avec Livourne soit, à Paris, au cours de 85 $\frac{1}{8}$. L'usage étant de tirer à 90 jours, si l'on veut obtenir du papier à vue sur cette place, on aura à payer les intérêts à 4 pour 100 pour ces 90 jours. On demande à quel taux réel reviendra le change par l'addition de ces intérêts.

406. Le cours du change avec Londres étant, à Paris, à 25f,28, et l'usage étant de tirer à 30 jours, à quel taux réel s'élèverait le change, pour une traite à vue, l'intérêt se calculant à 4 $\frac{1}{2}$ pour 100?

407. Le cours du change avec Paris étant, à Hambourg, à 188 $\frac{1}{2}$, et l'usage étant de tirer à 30 jours, à

quel taux réel s'élèverait le change, pour une traite à vue, l'intérêt se calculant à 3 pour 100?

408. Lorsqu'un négociant est débiteur de l'un de ses correspondants, les résultats peuvent être très-différents, suivant qu'il lui fait des *remises* (voir le n° **391**) ou qu'il lui donne l'ordre de *tirer sur lui.* Dans le premier cas, il a à payer à son correspondant les intérêts du papier qu'il achète, pour le nombre de jours qui composent l'*usance* de la place où opère le correspondant; car celui-ci, pour toucher immédiatement, sera obligé de faire escompter les traites; dans le second cas, il bénéficie au contraire des intérêts des traites tirées sur lui par son correspondant, puisqu'il ne les acquittera qu'au bout du nombre de jours formant l'*usance* de la place où il opère lui-même.

Les données étant les mêmes qu'au n° **391**, on demande si, en tenant compte des intérêts à 4 pour 100, le négociant de Paris aura plus d'avantage à faire des remises à 15 jours de vue, ou à donner l'ordre de tirer sur lui à 1 mois; et quel bénéfice il y aurait à choisir la meilleure méthode si la somme à faire parvenir était de 2400 *florins*.

409. Les données étant les mêmes qu'au n° **392**, on demande si, en tenant compte des intérêts à 4 pour 100, le négociant de Paris aura plus d'avantage à faire des remises à Madrid, à 30 jours, ou à donner l'ordre de tirer sur Paris, également à 30 jours; et quel avantage il y aurait à choisir la meilleure des deux mé-

thodes pour faire passer à Madrid une somme de 1800 *piastres*.

410. Les données étant les mêmes qu'au nº **393**, on demande si, en tenant compte des intérêts à 4 pour 100, le négociant de Paris aura plus d'avantage à faire des remises à Naples, à 15 jours de vue, ou à donner ordre de tirer sur Paris, à 30 jours; et quel bénéfice il y aurait à choisir la meilleure méthode pour faire parvenir à Naples une somme de 1500 ducats?

411. Lorsqu'un négociant est créancier de l'un de ses correspondants, les résultats peuvent être très-différents, suivant qu'il tire sur lui ou qu'il lui donne l'ordre de lui faire des remises. Dans le premier cas, il fait jouir son correspondant des intérêts jusqu'au jour de l'échéance de sa traite. Dans le second cas, il impose à son correspondant l'obligation de lui tenir compte des intérêts des effets que celui-ci lui remet; car il n'en pourra toucher le montant qu'au jour de leur échéance. Il doit donc chercher la voie la plus favorable aux intérêts de son correspondant; car, pour lui-même, quelle que voie qu'il adopte, il est sûr de toucher le montant de sa créance.

Un négociant de Paris est créancier de son correspondant de Vienne pour une somme de 8000 *francs*; le change avec Vienne est, à Paris, au cours de 238; et le change avec Paris est, à Vienne, au cours de 124; on demande si le négociant de Paris devra, en tenant compte des intérêts à 4 pour 100, tirer sur son correspondant à 3 mois, ou lui donner ordre de lui faire des remises à la même échéance?

412. Un négociant de Paris est créancier de son correspondant de Lisbonne pour une somme de 1800 *francs ;* le change avec Lisbonne est, à Paris, au cours de 512 ; et le change avec Paris est, à Lisbonne, au cours de 585 ; on demande si, en tenant compte des intérêts calculés à 4 pour 100, le négociant de Paris devra tirer à 2 mois sur son correspondant, ou lui donner l'ordre de lui faire des remises à 30 jours ?

413. Un négociant de Paris est créancier de son correspondant d'Amsterdam pour une somme de 6000 *francs ;* le change avec Amsterdam est, à Paris, au cours de 211 $\frac{3}{4}$, et le change avec Paris est, à Amsterdam, au cours de 55 ; on demande si, en tenant compte des intérêts calculés à 3 pour 100, le négociant de Paris devra tirer à 30 jours sur son correspondant, ou lui donner l'ordre de lui faire des remises à la même échéance ?

414. Le taux de l'intérêt n'est pas toujours réciproque entre un négociant et son correspondant ; cela peut tenir à des usages locaux ou à des conventions particulières.

Un négociant de Paris doit 1800 *marcs-banco* à son correspondant de Hambourg ; le change avec Hambourg est, à Paris, au cours de 186, et le change avec Paris est, à Hambourg, au cours de 187; on demande s'il doit faire des remises à Hambourg, à 3 mois, l'intérêt étant à 3 pour 100, ou donner l'ordre de tirer sur Paris à 30 jours, l'intérêt étant à 4 pour 100 ?

415. Un négociant d'Amsterdam est créancier de

son correspondant de Londres pour une somme de 12000 *florins ;* le change avec Londres est, à Amsterdam, au cours de 11 *florins* pour *une livre sterling ;* et le change avec Amsterdam est, à Londres, au cours de 10 florins $\frac{1}{2}$ pour 1 liv. st. ; on demande s'il doit tirer sur Londres à 30 jours, l'intérêt étant à 4 $\frac{1}{2}$ pour 100, ou se faire faire des remises à 90 jours, l'intérêt étant calculé à 3 pour 100?

§ 4. Des arbitrages, des ordres de banque, et des spéculations sur les changes.

416. Lorsqu'on a des fonds à faire passer d'une place dans une autre, il peut y avoir avantage à se servir d'une place intermédiaire. Supposons, par exemple, qu'un banquier de Paris doive 1500 *marcs-banco* à Hambourg, et qu'à Paris le change avec Hambourg soit à 190, et par conséquent au-dessus du *pair* (**383**), ce qui revient à dire qu'à Paris les *marcs-banco* sont chers. Supposons qu'au même moment le change avec Hambourg soit, à Londres, à 13,90, c'est-à-dire 13,90 *marcs-banco* pour 1 *livre sterling*, ce qui suppose que les *marcs-banco* y sont *bon marché*, attendu qu'au pair Londres donne 1 *livre sterling* pour 13,64 *marcs-banco*. Supposons enfin, pour simplifier, qu'entre Paris et Londres le change soit au pair, c'est-à-dire à 25f,21 pour une *livre sterling*; et admettons qu'entre ces diverses places le cours du change soit réciproque. Le banquier de Paris, s'il voulait faire des remises directes à Hambourg, devrait *acheter* 1500 *marcs-banco* à Paris; mais il est clair qu'il aurait avantage à les

acheter à Londres; pour cela il pourra s'y prendre de la manière suivante. Il achètera à Paris du papier sur Londres, et il l'adressera à son correspondant de Londres, en lui donnant l'ordre d'acheter lui-même du papier sur Hambourg et de l'adresser à son créancier de Hambourg. En d'autres termes, il fera des remises à son correspondant de Londres, en lui donnant l'ordre de faire lui-même des remises à Hambourg.

On demande le bénéfice que le banquier de Paris réalisera en suivant cette voie indirecte.

Pour résoudre ce genre de questions, il suffit d'écrire successivement les égalités qui expriment le taux du change entre les diverses places, en ayant soin que l'espèce d'unités qui figure au second membre de chacune d'elles figure au premier membre de la suivante.

Si l'on a écrit l'inconnue au premier membre de la première égalité, le second membre de la dernière exprime des unités de même espèce. On multiplie ces égalités membre à membre, et l'on obtient une nouvelle égalité d'où l'on tire la valeur de l'inconnue.

417. Si le change entre Paris et Londres n'avait pas été au pair, il n'eût pas été aussi facile d'apercevoir à première vue si la voie indirecte était préférable à la voie directe; mais le calcul se serait effectué de la même manière. Comparer ainsi les deux voies, être soi-même *arbitre*, en quelque sorte, entre les deux méthodes, est ce que l'on appelle faire un *arbitrage*.

Quelle serait la meilleure des deux voies si le change avec Londres était, à Paris, au cours de 25^{f},45, toutes

les autres données étant les mêmes qu'au numéro précédent?

418. La place intermédiaire choisie dans les deux exemples précédents offrait, pour le calcul, une simplification particulière, qui consiste en ce que, dans l'expression du taux du change entre cette place et les deux autres, l'un des deux termes était l'unité, la *livre sterling*. Si cela n'a pas lieu, cela ne change rien à la méthode; mais le facteur 1 liv. sterl. se trouve remplacé par un facteur différent de l'unité.

Un banquier de Paris doit 1500 *marcs-banco* à Hambourg, et il peut s'acquitter soit directement, soit par l'intermédiaire d'Amsterdam; on demande quelle est la meilleure des deux voies, les cours du change étant les suivants :

Entre Paris et Hambourg, 190 fr. pour 100 marcs-banco;

Entre Paris et Amsterdam, 214 francs pour 100 florins;

Entre Amsterdam et Hambourg, 34 florins pour 40 marcs-banco;

Et les changes étant d'ailleurs supposés réciproques.

419. Les autres données étant les mêmes qu'au numéro précédent, quelle voie faudrait-il choisir si, à Paris, le change avec Amsterdam était à 230? (Cette hypothèse s'éloigne notablement des cours ordinaires; mais nous avons voulu rendre la comparaison avec les résultats du numéro précédent plus utile au lecteur.)

420. Un négociant de Marseille doit 2400 *écus* à Rome ; il peut s'acquitter directement ou par l'intermédiaire de Naples ; on demande quelle sera la voie la plus avantageuse, les cours étant les suivants :

Entre Marseille et Rome, 5f,10 pour 1 *écu romain*.

Entre Marseille et Naples, 4f,20 pour 1 *ducat*.

Entre Naples et Rome, 123,75 *ducats* pour 100 *écus romains* ;

Et les cours étant toujours supposés réciproques.

421. Les autres données étant les mêmes qu'au numéro précédent, quelle serait la voie la plus avantageuse si le cours du change entre Naples et Rome était 121 *ducats* pour 100 *écus romains ?*

422. Lorsqu'on se sert ainsi d'une place intermédiaire, on a quelquefois à payer une commission de *tant* pour 100, dont il est nécessaire de tenir compte dans le calcul de l'arbitrage, parce qu'elle modifie le taux réel du change.

Les données étant les mêmes qu'au n° **417**, on demande quelle serait la meilleure des deux voies, en tenant compte d'une commission de $\frac{1}{2}$ pour 100 à payer au banquier de Londres.

Tirer de la solution de ce problème une règle générale pour les cas analogues où la place débitrice donne l'*incertain* à la place intermédiaire.

423. Un banquier de Londres doit 1500 *marcs-banco* à Hambourg ; il peut s'acquitter directement ou par l'intermédiaire de Paris. On demande quelle sera

la meilleure des deux voies, les cours du change étant les suivants :

Entre Londres et Hambourg, 12,90 *marcs-banco* pour 1 *livre sterling*.

Entre Londres et Paris, 25f,30 pour 1 *livre sterling*.

Entre Paris et Hambourg, 187 *fr*. pour 100 *marcs-banco*.

On tiendra compte d'une commission de $\frac{1}{2}$ pour 100 à payer au banquier de Paris.

Tirer de la solution de ce problème une règle générale pour les cas analogues où la place débitrice donne le *certain* à la place intermédiaire.

424. On a vu que lorsqu'un négociant est débiteur de l'un de ses correspondants, au lieu de lui faire des remises il peut lui donner ordre de tirer sur lui, et que ces deux opérations peuvent donner des résultats différents, si les cours du change entre les deux places ne sont pas réciproques. Cette remarque s'applique également à la voie indirecte, c'est-à-dire dans laquelle on emploie une place intermédiaire.

Paul, de Paris, doit 4000 *thalers* à Max, de Berlin, et il a le choix de s'acquitter directement ou par l'intermédiaire de Gaspard, de Hambourg. Pour cela, il peut employer quatre méthodes différentes :

1° Il peut, comme on l'a vu dans les exemples précédents, faire des remises à Hambourg, en donnant à Hambourg l'ordre de faire des remises à Berlin;

2° Il peut faire des remises à Hambourg, et donner ordre à Berlin de tirer sur Hambourg;

3° Il peut donner ordre à Hambourg de faire des re-

mises à Berlin, et de se *couvrir*, c'est-à-dire de se rembourser, en tirant sur Paris;

4° Enfin, il peut donner ordre à Hambourg de tirer sur Paris, et à Berlin de tirer sur Hambourg.

Supposons que les cours du change soient les suivants :

Paris........	Hambourg à	187f,50	pour	100 *marcs-b°*.
	Berlin à	372,25	—	100 *thalers*.
Hambourg....	Paris à	187,75	—	100 *marcs-b°*.
	Berlin à	153 *thalers*	—	300 —
Berlin......	Paris à	80,8 *thalers*	—	300 *francs*.
	Hambourg à	152,50 *id.*	—	300 *marcs-b°*.

On demande de comparer les 2 voies directes et les 4 voies indirectes, en supposant qu'il n'y ait aucune commission à payer à Hambourg.

425. Un négociant de Paris doit 2800 *roubles argent* à Saint-Pétersbourg, et il a le choix de s'acquitter directement ou par l'intermédiaire d'Amsterdam. Les cours du change étant les suivants :

Paris........	Amsterdam à	213f,90 les 100 *florins*.
	St-Pétersbourg à	114 *francs* les 100 *roubles* papier.
Amsterdam...	Paris à	56 *florins* les 120 *francs*.
	St-Pétersbourg à	10 *florins* $\frac{1}{2}$ les 20 *roubles* papier.
St-Pétersbourg	Paris à	401 *francs* les 100 *roubles* argent.
	Amsterdam à	198 *roubles* papier les 100 *florins*.

On demande de déterminer la voie la plus avantageuse, en tenant compte d'une commission de $\frac{3}{4}$ pour 100 à Amsterdam (on sait que 2 *roubles* argent valent 7 *roubles* papier).

426. Un négociant de Marseille doit 6000 *florins* à Amsterdam, et il a le choix de s'acquitter directement ou par l'intermédiaire de Naples. Les cours du change étant les suivants :

Marseille.....	Amsterdam à	211 *francs* pour 100 *florins*.
	Naples à	4f,30 pour 1 *ducat*.
Amsterdam...	Marseille à	56 *florins* pour 120 *francs*.
	Naples à	80 ½ *florins* pour 40 *ducats*.
Naples.......	Marseille à	23 *grains* pour 1 *franc*.
	Amsterdam à	47,4 *grains* pour 1 *florin*.

On demande de déterminer la voie la plus avantageuse, en tenant compte d'une commission de ½ pour 100 à Naples.

427. Un banquier a toujours à sa disposition plusieurs places intermédiaires, et l'arbitrage consiste ordinairement à choisir entre la voie directe et plusieurs voies indirectes.

Supposons qu'un banquier de Paris doive 1800 *thalers* à Berlin, et qu'il ait le choix de s'acquitter directement ou par l'intermédiaire soit de Londres, soit de ambourg, soit d'Amsterdam, l'arbitrage consistera à choisir entre la voie directe et les trois voies indirectes qui se présentent.

Nous admettrons, pour abréger, que les cours du change sont réciproques; s'ils ne l'étaient pas, on a vu (**386** à **390**) comment, entre les cours de deux places, on peut déterminer le plus avantageux.

Les cours du change étant les suivants :

Paris........	Londres à	25f,00.
	Hambourg à	187 *francs.*
	Amsterdam à	210 *francs.*
	Berlin à	366f,25.
Berlin.......	Paris à	80,87 *thalers* pour 300 *francs.*
	Londres à	6 *thalers* 25 *silbergr.* pour 1 *livre st.*
	Hambourg à	152,05 *thalers* pour 300 *marcs-banco.*
	Amsterdam à	143,54 *thalers* pour 250 *florins.*

On demande quelle est la voie la plus avantageuse : 1° en supposant qu'il n'y ait aucune commission à payer ; 2° en tenant compte d'une commission de $\frac{1}{2}$ pour 100 à Londres et à Amsterdam, et de $\frac{3}{4}$ pour 100 à Hambourg.

428. Il peut arriver qu'il y ait avantage à se servir simultanément de deux places intermédiaires. Supposons, par exemple, qu'un banquier de Paris doive 3000 ducats à Naples, et qu'il ait le choix de s'acquitter directement, ou par l'intermédiaire de Hambourg, ou par celui de Vienne, il pourra se faire qu'il y ait bénéfice à se servir à la fois de Hambourg et de Vienne. Pour cela, le banquier de Paris fera des remises à Hambourg, en donnant l'ordre à Hambourg de faire des remises à Vienne, et en même temps à Vienne de faire des remises à Naples ; ou, si les traites sont préférables aux remises, il donnera ordre à Naples de tirer sur Vienne, à Vienne de se couvrir en tirant sur Hambourg, et à Hambourg de se couvrir en tirant sur Paris. Il pourra employer conjointement les traites et les remises : par exemple, il donnera ordre à Vienne de faire des remises à Naples et de se couvrir en tirant sur Hambourg, tandis qu'il fera lui-même des remises à

Hambourg. Le choix entre ces diverses méthodes dépendra du change réciproque des places. Au lieu d'opérer par Hambourg et Vienne, on pourra opérer par Vienne et Hambourg; le résultat ne sera pas ordinairement le même.

Les cours du change étant les suivants :

Paris........	Hambourg à	$188^f,50$ pour 100 *marcs-banco.*
	Vienne à	241 *francs* pour 100 *florins.*
	Naples à	$4^f,30$ pour 1 *ducat.*
Hambourg...	Vienne à	149,5 *florins* pour 200 *marcs-banco.*
	Naples à	43 *ducats* pour 100 *marcs-banco.*
Vienne et	Naples à	57 *ducats* pour 100 *florins.*

On demande la voie la plus avantageuse.

Le calcul de l'arbitrage, dans le cas de deux places intermédiaires, se fait comme dans le cas d'une seule, avec cette différence qu'on a à écrire une égalité de plus. Si l'on met l'inconnue au premier membre de la première, et qu'on fasse en sorte que l'espèce d'unités qui figure au second membre de chacune figure aussi au premier membre de la suivante, le second membre de la dernière doit toujours être de même espèce que l'inconnue. On multiplie les égalités membre à membre, et l'égalité qu'on obtient ainsi fait connaître la valeur cherchée.

429. Un banquier de Paris, qui doit 4000 *thalers* à Berlin, peut s'acquitter soit directement, soit par l'intermédiaire de Londres ou d'Amsterdam, ou de l'une et l'autre place simultanément. Les cours du change étant les suivants :

Paris........	Londres à	25f,30 pour 1 *livre sterling*.
	Amsterdam à	213 ,90 pour 100 *florins*.
	Berlin à	371 ,50 pour 100 *thalers*.
Londres......	Amsterdam à	12 *florins* pour 1 *livre sterling*.
	Berlin à	6 *thalers* 24 *silbergr*. pour 1 *livre st*.
Amsterdam et Berlin à		143 ½ *thalers* pour 250 *florins*.

On demande la voie la plus avantageuse, en tenant compte d'une commission de ¼ pour 100 dans chacune des places intermédiaires.

430. Nous n'avons traité jusqu'ici les arbitrages que dans le cas où il s'agissait d'acquitter une dette à l'étranger. S'il s'agit, au contraire, de recouvrer une créance, on peut également faire usage d'une ou de plusieurs places intermédiaires, et l'arbitrage consiste toujours à déterminer la voie la plus avantageuse. Les calculs se font exactement de la même manière, il n'y a de différence que dans la conclusion à tirer des résultats.

En effet, si un banquier de Paris doit un certain nombre de *thalers* à Berlin, son intérêt est de les *acheter* au plus bas prix possible; le cours le plus bas est donc le plus avantageux, et c'est d'après cette considération que nous nous sommes guidés dans la résolution des problèmes qui précèdent. Mais si le banquier de Paris est au contraire créancier de Berlin pour un certain nombre de *francs*, il doit faire en sorte que son correspondant les paye le moins cher possible; le cours le plus avantageux est donc celui qui exige le plus petit nombre de *thalers* pour un même nombre de *francs*, ou, ce qui revient au même, celui qui exige le

plus grand nombre de *francs* pour un même nombre de *thalers ;* dans ce sens, on peut donc dire que le cours le plus haut est le plus avantageux.

D'après cela, les cours du change étant supposés les mêmes qu'au n° **418**, on demande quelle voie devrait choisir le banquier de Paris, s'il était créancier de Hambourg pour une somme de 3000 fr.

431. Un banquier de Paris est créancier de Berlin pour une somme de 12000 fr. Il peut recouvrer sa créance par deux voies directes : 1° tirer sur Berlin ; 2° donner ordre à Berlin de lui faire des remises.

S'il peut se servir de l'intermédiaire de Hambourg, il aura, en outre, 4 voies indirectes : 1° tirer sur Hambourg, en donnant ordre à Hambourg de se couvrir en tirant sur Berlin ;

2° Tirer sur Hambourg et donner ordre à Berlin de faire des remises à Hambourg ;

3° Donner ordre à Hambourg de lui faire des remises et de se couvrir en tirant sur Berlin ;

4° Donner ordre à Hambourg de lui faire des remises, et à Berlin de faire des remises à Hambourg.

Les cours du change étant les suivants :

Paris........	Hambourg à	188f,50 pour 100 *marcs-banco.*
	Berlin à	370 *francs* pour 100 *thalers.*
Hambourg...	Paris à	188 *francs* pour 100 *marcs-banco.*
	Berlin à	152 *thalers* pour 300 *marcs-banco.*
Berlin.......	Paris à	81 *thalers* pour 300 *francs.*
	Hambourg à	152,50 *thalers* pour 300 *marcs-banco.*

On demande la voie que le banquier de Paris devra

suivre, et le bénéfice qui résultera, pour le correspondant de Berlin, de l'emploi de la voie la plus avantageuse, comparativement à celle qui en approche le plus.

432. Les cours du change étant les mêmes qu'au nº **428**, on demande quelle voie devra adopter un banquier de Paris, pour recouvrer une créance de 15000 fr. sur Naples, s'il dispose des places de Hambourg et de Vienne comme intermédiaires.

433. Un banquier de Paris reçoit de son correspondant de Londres l'ordre de lui remettre du papier sur Madrid à 517, et de se couvrir en tirant sur Hambourg à 187. Mais, au moment où cet ordre lui parvient, le Madrid est monté à 522; à quel change devra-t-il tirer sur Hambourg, pour ne pas déranger les calculs de son correspondant?

434. Un banquier de Paris reçoit de son correspondant de Londres l'ordre de lui remettre du papier sur Naples à 4,28, et de se couvrir en tirant sur Berlin à 372. Mais, au moment où cet ordre lui parvient, le Berlin est tombé à 370; à quel change devra-t-il remettre sur Naples, pour ne pas déranger les calculs de son correspondant?

Tirer de ce problème et du précédent une règle générale pour le cas où la place qui reçoit l'ordre donne l'*incertain* aux deux autres.

435. Un banquier de Londres reçoit de son correspondant de Paris l'ordre de lui remettre du papier sur Hambourg à 13 *marcs-banco* 8 *schillings* pour 1 *livre*

sterling, et de se couvrir en tirant sur Gênes à 25,30 livres de Piémont pour 1 *livre sterling*. Au moment où cet ordre lui parvient, le Hambourg est tombé à 12 *marcs* pour 1 *livre sterling;* à quel change devra-t-il tirer sur Gênes pour ne pas déranger les calculs de son correspondant ?

436. Un banquier de Londres reçoit de son correspondant de Paris l'ordre de lui remettre du papier sur Berlin à 6 *thalers* 24 *silbergroschen* pour 1 *livre sterling*, et de se couvrir en tirant sur Livourne à 30,40 *livres* autrichiennes pour 1 *livre sterling*. Au moment où cet ordre lui parvient, le change avec Livourne est monté à 32 *livres* autrichiennes pour 1 *livre sterling;* à quel change doit-il remettre sur Berlin pour ne pas déranger les calculs de son correspondant?

Tirer de ce problème et du précédent une règle générale pour le cas où la place qui reçoit l'ordre donne le *certain* aux deux autres.

437. Un banquier de Hambourg reçoit de son correspondant de Paris l'ordre de lui remettre du papier sur Berlin à 152 *thalers* pour 300 *marcs-banco*, et de se couvrir en tirant sur Londres à 13 *marcs-banco* pour 1 *livre sterling*. Au moment où il reçoit cet ordre, le change avec Londres est à 14 *marcs-banco* pour 1 *livre sterling;* à quel change doit-il remettre sur Berlin pour ne pas déranger les calculs de son correspondant?

438. Un banquier de Saint-Pétersbourg reçoit de son correspondant de Berlin l'ordre de lui remettre du

papier sur Amsterdam à 195 *roubles* papier pour 100 *florins*, et de se couvrir en tirant sur Londres à 38 *pences* pour 1 *rouble* argent. Au moment où il reçoit cet ordre, le change avec Amsterdam est à 198 *roubles* papier pour 100 *florins;* à quel change doit-il tirer sur Londres pour ne pas déranger les calculs de son correspondant?

Tirer de ce problème et du précédent une règle générale pour le cas où la place qui reçoit l'ordre donne le *certain* à l'une des deux autres et l'*incertain* à la seconde.

439. Un banquier de Paris reçoit de son correspondant de Vienne l'ordre de lui remettre du papier sur Madrid à 518, et de se couvrir en tirant, à son choix, sur l'une des places suivantes, savoir : sur Londres à 25f,30, sur Hambourg à 188,5, ou sur Berlin à 372,5. Mais au moment où cet ordre lui parvient, les cours ont changé : le Londres est à 25f,10, le Hambourg à 187, et le Berlin à 369,5; sur quelle place devra-t-il tirer de préférence, et à quel change devra-t-il remettre sur Madrid pour ne pas déranger les calculs de son correspondant?

440. Les spéculations sur les changes consistent toujours à *acheter* une monnaie étrangère sur la place où elle a la moindre valeur, et à la *vendre* sur la place où sa valeur est la plus grande.

Supposons, par exemple, que les bulletins de Paris, de Berlin et de Vienne, donnent, entre autres cours des changes, les suivants :

Paris	Berlin à	370 *francs* pour 100 *thalers.*
	Vienne à	257 *francs* pour 100 *florins.*
	St-Pétersbourg à	400 *francs* pour 100 *roubles* arg.
Berlin	Paris à	80 *thalers* pour 300 *francs.*
	St-Pétersbourg à	30 *thalers* pour 100 *roubles* pap.
Vienne	Paris à	115 *florins* pour 300 *francs.*
	St-Pétersbourg à	44 ½ *florins* pour 100 *roubles* pap.

et que l'on veuille savoir s'il n'y aurait pas quelque spéculation à faire sur les monnaies russes. On se posera d'abord cette question :

Quel est le prix de 100 *roubles* papier, par la voie de Berlin, d'après le cours de Paris, ou d'après celui de Berlin?

Quel est le prix de 100 *roubles* papier, par la voie de Vienne, d'après le cours de Paris, ou d'après celui de Vienne?

441. Le prix le moins élevé correspond à la voie de Berlin et au cours de Paris; le prix le plus élevé correspond à la voie de Vienne et au cours de Vienne. On en conclut qu'il y aurait bénéfice à acheter des roubles par la voie de Berlin, et à les revendre par la voie de Vienne.

On demande : 1° comment l'opération pourrait être réalisée sans s'adresser à Saint-Pétersbourg même, et en employant l'intermédiaire des correspondants de Berlin et de Vienne;

2° Quel sera le bénéfice *brut* pour 100;

3° Quel sera le bénéfice *net*, en tenant compte des deux commissions de $\frac{1}{2}$ pour 100 à payer à Berlin et à Vienne, et des intérêts à 4 $\frac{1}{2}$ pour 100 de la somme

engagée pendant l'opération, dont la durée est supposée de 20 jours.

442. Les bulletins de Marseille, de Rome et d'Amsterdam donnant, entre autres cours des changes, les suivants :

Marseille.....	Rome à	5f,15 pour 1 *écu* romain.
	Naples à	4,30 pour 1 *ducat.*
	Amsterdam à	215,50 pour 100 *florins.*
Rome........	Marseille à	18,60 *écus* pour 100 *francs.*
	Naples à	80 *écus* pour 100 *ducats.*
Amsterdam...	Marseille à	56 *florins* pour 120 *francs.*
	Naples à	81 $\frac{1}{2}$ *florins* pour 40 *ducats.*

On demande s'il y aurait lieu de faire une spéculation sur les *ducats* de Naples, comment elle pourrait être réalisée, et quel serait le bénéfice net qu'elle rapporterait en tenant compte de deux commissions de $\frac{1}{2}$ pour 100 chacune, à Rome et à Amsterdam, et des intérêts à 4 $\frac{1}{2}$ pour 100 de la somme engagée pendant l'opération, dont la durée est évaluée à 12 jours.

443. Les cours du change étant les mêmes qu'au n° **440** ; sachant, de plus, que le papier sur Vienne est coté, à Saint-Ptersbourg, à raison de 27 *kreutzers* le *rouble* papier; on demande comment la spéculation traitée aux nos **440** et **441** pourrait être réalisée en s'adressant au seul correspondant de Saint-Pétersbourg, sans recourir à l'intermédiaire de ceux de Berlin et de Vienne; et quelle serait, par cette méthode, le bénéfice *net* obtenu, en admettant que l'opération ait la même durée qu'au numéro **441**, et qu'on ait à payer un cour-

tage de $\frac{1}{8}$ pour 100 à Paris, soit pour s'y procurer du papier sur Berlin, soit pour y négocier du papier sur Vienne.

444. Les cours étant les mêmes qu'au n° **442**; sachant, de plus, que le papier sur Amsterdam est coté, à Naples, à raison de 48 *grains* pour 1 *florin;* on demande comment la spéculation traitée au n° **442** pourrait être réalisée en s'adressant uniquement au correspondant de Naples, et quel bénéfice net elle produirait, en supposant que la durée de l'opération soit la même, et qu'on ait à payer un courtage de $\frac{1}{8}$ pour 100 à Marseille, soit pour s'y procurer du papier sur Rome, soit pour y négocier du papier sur Amsterdam.

445. Un banquier de Paris remet à son correspondant de Londres du papier sur Amsterdam, acheté à Paris à 214 fr. les 100 *florins,* et qui sera négocié à Londres à raison de 11 *florins* pour 1 *livre sterling.* Il donne ordre, en même temps, à ce correspondant de lui remettre du papier sur Madrid, acheté à Londres à 36 *pences* la *piastre de change,* et qui sera négocié à Paris à raison de 5f,25 la *piastre* effective.

On demande en quoi consiste cette spéculation, et quel bénéfice *net* elle produira, sachant que la *piastre de change* est les $\frac{3}{4}$ de la *piastre effective.* On évaluera à 1 $\frac{1}{4}$ pour 100 l'ensemble des frais.

446. Un banquier de Bordeaux donne ordre à son correspondant de Naples de lui remettre du papier sur Londres, acheté à Naples à 5,7 *ducats* la *livre sterling,* et qu'il négociera à Bordeaux à 25f,30 la *livre sterling.*

Il lui donne ordre en même temps de se couvrir en tirant sur Hambourg à 44 *grains* pour 1 *marc-banco*. On demande en quoi consiste cette spéculation, et quel bénéfice *net* elle rapportera, les frais étant évalués à $1\frac{1}{2}$ pour 100. Le Hambourg est supposé coté à Bordeaux à 187 fr. les 100 *marcs-banco*.

§ 5. Du commerce des métaux précieux.

447. Les matières d'or et d'argent forment une espèce particulière de marchandise, dont la valeur intrinsèque demeure invariable, et peut toujours être réalisée soit par un dépôt à la banque, soit par un transport à l'hôtel des monnaies. Néanmoins, leur valeur commerciale est susceptible d'éprouver des variations, comme celle des autres marchandises, en raison de leur abondance ou de leur rareté; et ces variations donnent lieu à des opérations de change qui peuvent devenir une source de bénéfices pour les banquiers qui s'y livrent.

D'après le tarif du 1er avril 1854, la valeur du kilogramme d'or en barre, à 1000 millièmes, a été fixée à 3437 fr., déduction faite des frais de fabrication.

Mais celui qui change cet or contre une autre monnaie a droit à une *prime* variable, qui s'évalue à *tant* pour 1000 fr.

On demande ce que vaut un lingot d'or à 1000 millièmes, pesant $3^k,145$, la prime étant de 2 fr. pour 1000 fr.

448. Que vaut un lingot d'or à 900 millièmes, du

poids de 2^k,531, la prime étant également de 2 fr. pour 1000 fr.?

449. On échange les deux lingots des numéros précédents contre 219 quadruples d'Espagne; à quel prix ces quadruples ont-elles été achetées?

450. On échange de nouveau ces quadruples contre 468 pièces de 40 fr., *au pair*, c'est-à-dire sans payer de prime; on demande à quel prix les quadruples ont été vendues, et le bénéfice qu'on a obtenu.

451. Un banquier d'Amsterdam a déposé chez son correspondant de Paris 4^k,565 d'or à 980 millièmes; jusqu'à concurrence de quelle somme pourra-t-il tirer sur lui ou lui demander des remises, sans que celui-ci se trouve à découvert?

452. On vend, avec prime de 2 fr. par 1000 fr., un lingot d'or à 916 millièmes, du poids de 2^k,950; et, avec le produit de cette vente, on achète des ducats de Hollande au cours de 11^f,80; combien aura-t-on de ducats?

453. Avec le produit de la vente d'un lingot d'or à 950 millièmes, on achète 463 *souverains* au cours de 25^f,30; quel était le poids de ce lingot?

454. Avec le produit de la vente d'un lingot d'or, pesant 1^k,860, on achète 500 ducats d'Autriche au cours de 11^f,75; quel était le titre de ce lingot?

455. Un banquier achète des *quadruples* d'Espagne à 85^f,50; il les revend 15 jours après à 85^f,70; on demande ce qu'il gagne sur 120 *quadruples*, et à quel

taux son argent se trouverait placé s'il pouvait réaliser tous les 15 jours le même bénéfice.

456. Un banquier achète 400 *souverains* d'Angleterre à 25f,20 ; un mois après, il les revend à 25f,35 ; on demande quel est son bénéfice, et à quel taux il a placé son argent.

457. Un banquier achète 1000 *ducats* de Hollande à 11f,75 et les revend, quelque temps après, à 11f,90 ; il calcule alors que son argent s'est trouvé placé à 10 pour 100 par an. On demande quel a été son bénéfice total, et combien de jours se sont écoulés entre l'achat et la vente.

458. Un banquier vend (à 2 fr. par 1000 fr. de prime) un lingot d'or de 4 kilog. au titre des monnaies, et achète 492 *souverains* d'Angleterre au cours de 25f,20, en complétant la somme nécessaire.

Un mois après, les *souverains* étant à 25f,35 et les *quadruples* d'Espagne à 84f,90, il vend ses souverains et achète 147 *quadruples*, en complétant encore la somme nécessaire.

Un mois après, les *quadruples* étant à 85f,60 et les *ducats* de Hollande à 11f,70, il vend ses quadruples et achète 1076 *ducats*, en complétant toujours la somme nécessaire.

Enfin, un mois après, les *ducats* de Hollande étant à 11f,85, il revend ses *ducats* et rachète son lingot (à 2 pour 1000 de prime).

On demande ce qu'il a gagné à ces opérations, et à quel taux il a placé son argent.

459. L'argent en barres se vend, comme l'or, moyennant une prime qui s'évalue à *tant* pour 1000 fr.; mais cette prime est beaucoup plus considérable que pour l'or.

Le prix du kilogramme d'argent à 1000 millièmes étant de 220f,555..., d'après le tarif de 1854, on demande ce que rapporterait la vente d'un lingot pesant 3k,561, si la prime était de 20f,50 par 1000.

460. Que rapporterait la vente d'un lingot d'argent du poids de 6k,837 au titre des monnaies françaises, la prime étant de 19f,50 par 1000?

461. On vend, moyennant une prime de 20 fr. par 1000, des lingots d'argent au titre de 0,960, pesant ensemble 8k,500, et l'on emploie le prix de la vente à acheter des *piastres* d'Espagne à 5f,50; que faudra-t-il ajouter pour parfaire le prix d'un nombre entier de ces pièces, et quel sera ce nombre entier?

462. On vend, à 19,75 de prime, un lingot d'argent au titre de 0,920; et, avec le produit de la vente, on achète 500 *piastres* mexicaines à 5f,55; on demande le poids total des lingots.

463. On vend, à 20f,20 de prime, des lingots d'argent pesant ensemble 11k,632; et, avec le produit de la vente, on achète 90 *aigles* d'Amérique à 25f,90; on demande le titre des lingots.

464. Un banquier achète des *piastres* mexicaines à 5f,45, et 20 jours après il les revend à 5f,55; on demande à quel taux il a placé son argent, et quel est son bénéfice total si le nombre des piastres est de 600.

465. Un banquier vend 400 *souverains* d'Angleterre à $25^f,35$ et achète des *piastres* espagnoles à $5^f,40$. Deux mois après, il revend ses piastres à $5^f,60$ et rachète 600 *souverains* à $25^f,20$. On demande quel est son bénéfice, et à quel taux il a placé son argent.

466*. Un banquier vend, à 2 pour 1000 de prime, 2 kilog. d'or au titre de 0,950, et, à 20 pour 1000 de prime, 3 kilog. d'argent au titre de 0,900; il emploie le produit de la vente, sauf 27 centimes, à acheter des *quadruples* à $84^f,90$ et des *piastres* à $5^f,40$. Quelque temps après, il revend ses *quadruples* à $85^f,50$ et ses *piastres* à $5^f,70$, et il gagne sur le tout $88^f,50$. On demande combien il y avait de *quadruples* et combien il y avait de *piastres*.

§ 6. De l'intérêt simple et des comptes courants et d'intérêts.

467. On sait que l'*intérêt* d'une somme placée pendant un certain temps est ce que rapporte cette somme pendant ce temps, et que l'intérêt de 100 fr. pendant un an, ou 360 jours, est ce que l'on nomme le *taux* de l'intérêt.

Si l'on appelle a la somme placée, t le taux et n le nombre de jours, l'intérêt de 100 fr. pendant 1 an étant t, l'intérêt de 1 fr. sera 100 fois moindre ou $\frac{t}{100}$; l'intérêt de a *francs* s'obtiendra en multipliant par a, ce qui donne $\frac{at}{100}$; l'intérêt pour 1 jour sera 360 fois moindre, c'est-à-dire $\frac{at}{36000}$; et enfin l'intérêt pour

n jours s'obtiendra en multipliant par n; en sorte que si l'on nomme i l'intérêt, on aura

$$i = \frac{atn}{36000}, \qquad [1]$$

c'est-à-dire que, pour obtenir l'intérêt, il faut multiplier le capital par le taux et par le nombre de jours, et diviser le produit par 36000. Cela posé, on demande l'intérêt de 2400 fr. pendant 175 jours, le taux de l'intérêt étant successivement 6, 5, 4 $\frac{1}{2}$, 4 et 3.

468*. Quelle est la somme qui, placée au taux t, pendant 1 jour rapporterait 1 franc d'intérêt?

Faire l'application de la règle obtenue, au cas où le taux de l'intérêt est 6, 5, 4 $\frac{1}{2}$, 4 ou 3.

469*. Si l'on représente par d le quotient de 36000 par le taux t, la valeur de ce taux sera $\frac{36000}{d}$; et si l'on met pour t cette valeur dans la formule (1) du nº **467**, le facteur 36000 disparaîtra et il restera

$$i = \frac{an}{d}. \qquad [2]$$

Dans le calcul des intérêts le produit de la somme a par le nombre de jours n est ce que l'on appelle le *nombre;* et le quotient d de 36000 par le taux se nomme le *diviseur fixe ;* en sorte que pour obtenir l'intérêt, il n'y a qu'à diviser le *nombre* par le *diviseur fixe.* (Ce diviseur reste *fixe* en effet quand le taux reste le même, ce qui a effectivement lieu dans un grand nombre d'opérations de banque.)

On demande de calculer l'intérêt de 2400 fr. pen-

dant 175 jours par la méthode des diviseurs fixes, aux taux de 6, 5, 4 $\frac{1}{2}$, 4 et 3.

470. Au lieu de diviser *an* par *d*, on pourrait le multiplier par $\frac{1}{d}$, c'est-à-dire par le quotient qu'on obtient en divisant l'unité par le *diviseur fixe,* quotient auquel on donne en conséquence le nom de *multiplicateur fixe.*

On demande 1° de calculer le *multiplicateur fixe* pour le cas où le taux est l'un des nombres 6, 5, 4 $\frac{1}{2}$, 4 ou 3;

2° De calculer l'intérêt de 2400 fr. pendant 175 jours par la méthode des *multiplicateurs fixes,* et à ces différents taux.

471. Les praticiens, au lieu d'employer dans tous les cas la méthode des *diviseurs fixes* ou celle des *multiplicateurs fixes,* trouvent plus prompt de calculer d'abord l'intérêt à 6 p. $\frac{0}{0}$ par la méthode du *diviseur fixe.* Si le taux est 5, ils retranchent du résultat 1 sur 6, ou le *sixième* de ce résultat.

Si le taux est 4 $\frac{1}{2}$, ils retranchent du résultat 1 $\frac{1}{2}$ sur 6, ou le *quart* de ce résultat.

Si le taux est 4, ils retranchent du résultat 2 sur 6, ou le *tiers* de ce résultat.

Enfin, si le taux est 3, ils retranchent du résultat 3 sur 6, ou la moitié de ce résultat.

On demande de calculer par cette méthode l'intérêt de 2400 fr. pendant 175 jours à ces différents taux.

472. On demande quel est l'intérêt d'une somme à 6 p. $\frac{0}{0}$ pendant 60 jours.

473. Il résulte de la solution du problème précédent un moyen de simplifier encore le calcul des intérêts à 6 p. $\frac{0}{0}$. On emploie pour cela la méthode des *parties aliquotes*, qui consiste à calculer d'abord l'intérêt pour 60 jours, et à subdiviser ensuite le nombre de jours donné en parties qui soient des multiples ou des sous-multiples de 60, en sorte que les différents résultats puissent se déduire aisément les uns des autres en multipliant ou en divisant par de petits nombres.

On demande de calculer, par cette méthode, l'intérêt de 2400 fr. à 6 p. $\frac{0}{0}$ pendant 175 jours, qui se décomposent en $120 + 40 + 10 + 5$.

474. La méthode reconnue la plus expéditive par les praticiens pour calculer l'intérêt d'une somme à un taux déterminé, pendant un nombre de jour donné, consiste donc :

A prendre le centième de la somme donnée, ce qui donne l'intérêt à 6 p. $\frac{0}{0}$ pour 60 jours.

A en déduire, par la méthode des parties aliquotes, l'intérêt à 6 p. $\frac{0}{0}$ pour le nombre de jours donné;

Enfin, à en déduire l'intérêt au taux donné, d'après la marche indiquée au n° **471**.

On demande de calculer ainsi l'intérêt de 4681f,50 à 4 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$ pendant 227 jours.

475. On demande de calculer de même l'intérêt de 3919f,40 à 5 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$ pendant 149 jours.

476. Il peut arriver qu'un commerçant, porteur de lettres de change à diverses échéances, les remette à un banquier pour obtenir en échange un effet unique,

indiquant la même somme totale et produisant le même intérêt total ; il s'agit alors pour le banquier de déterminer l'échéance qu'il convient de fixer pour que ces conditions soient remplies ; c'est ce que l'on appelle l'*échéance commune*, et qu'on pourrait appeler avec plus d'exactitude l'*échéance moyenne*. On l'obtient par cette considération que, puisque l'intérêt total doit être le même, la somme des *nombres* doit aussi être la même pour le billet unique que pour les effets réunis.

On demande, d'après cela, de déterminer l'*échéance commune*, dans le cas où le commerçant remettrait au banquier le 1er juillet deux effets seulement, l'un de 3600 fr., payable le 22 août, l'autre de 2860 fr., payable le 27 septembre.

477. Un commerçant remet à un banquier, le 21 mars, cinq effets à diverses échéances, savoir :

Un effet de	1870 francs	payable le	30 mars.
—	918	—	3 avril.
—	2000	—	29 avril.
—	500	—	15 mai.
—	1200	—	7 juin.

et obtient en échange un seul effet énonçant la même somme totale et produisant le même intérêt total ; trouver l'échéance de cet effet unique, c'est-à-dire l'*échéance commune* ou moyenne, et donner la règle générale à suivre pour résoudre ce genre de questions.

478. On sait que si deux banquiers, ou négociants, sont en relations d'affaires, chacun d'eux en tient note par des écritures régulières. Soient Pierre et Jacques les noms de ces deux banquiers, ou négociants ; Pierre,

par exemple, *ouvrira un compte* à Jacques, dans lequel il portera *au débit*, c'est-à-dire dans une colonne spéciale placée à gauche du compte, les valeurs qu'il aura livrées à Jacques, et *au crédit*, c'est-à-dire dans une autre colonne spéciale placée à droite, les valeurs que Jacques lui aura remises.

On sait encore que pour connaître, à un jour donné, la situation respective des deux intéressés, il faut *faire la balance* du compte, c'est-à-dire additionner les valeurs portées au débit, additionner de même les valeurs portées au crédit, et retrancher la plus petite somme de la plus grande. Cette différence, qu'on appelle *solde*, s'écrit au-dessous de la colonne qui avait donné le plus petit résultat, afin de rendre les deux sommes égales. Si le solde est ainsi porté au débit, cela indique que les valeurs remises par Jacques l'emportent d'autant sur celles que Pierre lui a livrées, ou que le compte *se solde* à l'avantage de Jacques. Le contraire a lieu si le solde a dû être porté au crédit.

Si les valeurs livrées mutuellement sont susceptibles de porter intérêt, il faut y avoir égard dans le compte, c'est-à-dire qu'il faut faire la balance des intérêts et en porter le solde au débit ou au crédit de Jacques, selon que les intérêts des valeurs livrées à Jacques l'emportent sur les intérêts de celles qu'il a remises à Pierre, ou que ces derniers l'emportent sur les premiers.

Nous supposerons d'abord que les valeurs se réduisent à deux, savoir : 1° une somme de 4800 fr. livrée à Jacques par Pierre le 7 mars, et portant intérêt à 6 p. $\frac{0}{0}$; 2° un billet de 5680 fr. remis par Jacques et

payable à l'ordre de Pierre le 29 avril. On admet que, par suite de leurs conventions réciproques, les valeurs remises par Jacques ne portent intérêt qu'à 5 pour 100 ; et l'on demande de faire le compte de Jacques à la date du 1er juin (sans avoir d'abord égard à la forme particulière qu'il est d'usage de donner à ces comptes).

479. Nous supposerons, en second lieu, que les valeurs mutuellement remises soient les suivantes :

1° Une somme de 2400 fr. fournie par Pierre le 4 juin ;
2° — 500 — 25 juin ;
3° Un billet de 3400 fr. remis par Jacques et payable à l'ordre de Pierre le 17 juillet ;
4° Une somme de 1800 fr. fournie par Pierre le 9 août ;
5° Un billet de 660 fr. remis par Jacques et payable à l'ordre de Pierre le 28 août ;

et l'on demande de faire le compte de Jacques à la date du 1er septembre, en supposant toujours que le taux de l'intérêt soit 6 pour 100 pour les valeurs fournies par Pierre, et 5 pour 100 pour les valeurs fournies par Jacques.

480. Lorsque, pour faire le calcul des intérêts, à porter soit au débit soit au crédit, on suit pas à pas l'ordre de date des remises, on emploie la méthode connue sous le nom de *méthode hambourgeoise* ou *méthode à échelles*. D'après les usages commerciaux, le compte du numéro précédent se présenterait alors sous la forme suivante :

Doit. *Jacques, chez Pierre et Cie, s/c, arrêté le 1er septembre* 1856. Avoir.

2400	»	à Caisse	4 juin	D.	2400	du 4 juin au 25 juin	8	40	»	»	17 juillet	P. Effets à recevoir	3400	»
				D.	500									
500	»	à Caisse	25 juin		2900	du 25 juin au 17 juillet	10	63	»	»	28 août	P. Effets à recevoir	660	»
				A.	3400									
1800	»	à Caisse	9 août		500	du 17 juillet au 9 août	»	»	1	59				
				D.	1800									
					1300	du 9 août au 28 août	4	11	»	»				
				A.	660									
					640	du 28 août au 1er sept.	0	42	»	»				
21	97					Balance des intérêts	»	»	21	97				
												Solde	661	97
4721	97												4721	97
(1)	(2)	(3)	(4)			(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)

1. Son compte.

Les colonnes (1) et (2) expriment en francs et centimes les sommes fournies à Jacques. Dans la colonne (3) les mots *à Caisse* montrent que les sommes dont il s'agit ont été payées en espèces. La colonne (4) contient les dates correspondantes à chacun des articles. La colonne (5) contient en abrégé le décompte des intérêts d'après la méthode hambourgeoise, et conformément aux calculs indiqués dans les *Solutions*, n° **479** ; les colonnes (6) et (7) expriment en francs et centimes les intérêts qu'il aurait fallu porter au débit ; les colonnes (8) et (9) expriment de même les intérêts qu'il eût fallu porter au crédit. La colonne (10) contient les dates des diverses remises faites par Jacques. Dans la colonne (11), les mots *par Effets à recevoir* indiquent que ces remises ont été faites en billets. Enfin les colonnes (12) et (13) expriment en francs et centimes les valeurs remises par Jacques.

Dans la colonne (5), les initiales D et A indiquent que la valeur correspondante provient du *Doit* ou de l'*Avoir*, ou, ce qui revient au même, du débit ou du crédit.

On a supprimé, pour plus de simplicité, une colonne qui figure ordinairement dans les comptes, et qui sert à inscrire les numéros du *Journal* correspondants à chaque article.

On demande de présenter, sous la même forme, le compte dont les éléments suivent :

Le 3 avril, Urbain et Cie, banquiers, ont avancé à Samuel, négociant, une somme de 10000 fr.

Le 14 avril, Samuel a remis à Urbain un effet de 4500 fr., à son ordre, payable le 16 juin.

Le 2 juillet, Urbain et Cie ont avancé à Samuel une somme de 2600 fr.

Le 11 août, les mêmes ont tiré sur Samuel pour une somme de 8720 fr.

Le 29 du même mois, Samuel a remis à Urbain un effet de 600 fr., payable à son ordre le 28 septembre.

Le 4 octobre, Urbain a payé, pour le compte de Samuel, une somme de 1800 fr.

Le 18 du même mois, Samuel a remis à Urbain un effet de 1100 fr., payable à son ordre le 6 novembre.

Enfin, le 15 novembre, Urbain et Cie ont avancé à Samuel une somme de 3000 fr.

On demande de faire le compte de Samuel, à la date du 31 décembre, le taux de l'intérêt étant 5 pour 100 pour les valeurs fournies par Urbain, et $4\frac{1}{2}$ pour 100 pour les valeurs fournies par Samuel.

481. Quel eût été le solde du même compte si les intérêts eussent été calculés à 5 pour 100, au crédit comme au débit?

482. Lorsque le taux de l'intérêt est le même au débit et au crédit, on emploie des procédés plus expéditifs que ceux de la méthode *hambourgeoise*, qui n'est employée qu'à Hambourg et dans le nord de l'Europe. Ces procédés sont connus sous les noms de méthode ancienne ou *directe*, et de méthode nouvelle ou *rétrograde*.

Pour faire comprendre la méthode directe, supposons que nous ayons à faire le compte de Jacques, de

Marseille, chez Pierre, de Paris, et que ce compte se réduise à deux articles, savoir :

1° 3640 fr. fournis par Pierre, en espèces, le 17 avril ;

2° Un billet de 2400 fr. remis par Jacques, et payable à l'ordre de Pierre, le 25 juin.

On veut arrêter le compte à la date du 30 septembre. Pour cela il faudrait, d'après la méthode hambourgeoise, qui est la plus naturelle, calculer les intérêts de 3640 fr. du 17 avril au 25 juin ; puis faire la différence entre 3640 fr. et 2400 fr., et calculer les intérêts de cette différence du 25 juin au 30 septembre.

Au lieu d'opérer ainsi, on calcule les intérêts de 3640 fr. et de 2400 fr., depuis la date de la remise de chacune de ces valeurs jusqu'au 30 septembre, et l'on fait la différence des intérêts ainsi obtenus, ou plutôt on fait la différence des *nombres* et l'on calcule l'intérêt d'après cette différence.

On demande 1° de comparer les résultats des deux méthodes, en prenant 6 pour 100 pour le taux de l'intérêt ; 2° de démontrer d'une manière générale que les deux méthodes doivent donner le même résultat, quel que soit d'ailleurs le taux, pourvu qu'il soit le même au débit et au crédit.

483. Dans l'exemple qui précède la valeur inscrite au débit surpassait celle qui figure au crédit ; si l'inverse avait lieu, cela n'empêcherait pas la méthode hambourgeoise et la méthode directe de donner le même résultat.

On demande 1° de vérifier l'identité des résultats fournis par les deux méthodes, dans le cas où la re-

mise de Jacques s'élèverait à 4900 fr.; 2° de faire voir d'une manière générale que cette identité doit avoir lieu.

484. Quel que soit le nombre des articles, la méthode directe consiste à faire la somme des *nombres* du débit et la somme des *nombres* du crédit, à soustraire la plus petite de ces deux sommes de la plus grande, et à diviser la différence par le *diviseur fixe* correspondant au taux de l'intérêt.

On demande d'appliquer cette méthode aux données du n° **480**, en supposant l'intérêt calculé à 6 pour 100 au crédit comme au débit.

485. Le compte courant et d'intérêts dont les données sont celles du n° **480**, sauf l'égalité du taux des intérêts, se présenterait, d'après les usages commerciaux sous la forme suivante, en supprimant toutefois les colonnes contenant des indications étrangères à l'objet qui nous occupe. On a remplacé, comme les banquiers le font souvent, les mots *à Caisse* et *par Effets à recevoir*, qui appartiennent au langage de la tenue des livres en partie double, par les mots *espèces* et *bordereau*, exprimant : le premier, que les sommes correspondantes ont été fournies en argent, le second que les sommes correspondantes forment chacune le total du bordereau de plusieurs effets réunis en une même remise et à la même échéance.

DOIT. *Jacques, de Marseille, chez Pierre et Cie, s/c, arrêté le 31 décembre* 1856. AVOIR.

10000	»	espèces	3 avril	272	27200	4500	»	bordereau	16 juin	198	8910
2600	»	d°	2 juillet	182	4732	8720	»	d°	11 août	142	12382
1800	»	d°	4 octobre	88	1584	600	»	d°	28 septembre	94	564
3000	»	d°	15 novembre	46	1380	1100	»	d°	6 novembre	55	605
								différence des nombres		»	12435
172	70	balance des intérêts			34896						34896
						2652	70	solde en ma faveur			
17572	70					17572	70				
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9	(10)	(11)	(12)

Les colonnes (1) et (2) expriment en francs et centimes les sommes payées à Jacques; la colonne (3) montre que le payement a été fait en espèces; la colonne (4) donne les dates des payements; la colonne (5) contient les nombres de jours compris entre chacune de ces dates et la date de l'arrêté de compte; la colonne (6) contient les *nombres*, produit des sommes inscrites dans la colonne (1) par les nombres de jours inscrits dans la colonne (5). Mais il faut bien remarquer que l'on a retranché les deux derniers chiffres à droite de ces *nombres*, c'est-à-dire qu'on les a divisés par 100; et si l'on voulait obtenir l'intérêt qui correspond à chacun d'eux, il faudrait diviser non plus par 7200, mais par 72. Cette simplification, consacrée par l'usage, n'altère pas d'une manière appréciable les résultats de l'opération, surtout si l'on a soin, en supprimant les deux derniers chiffres à droite de chaque nombre, de forcer le dernier chiffre que l'on conserve, lorsque le suivant est plus grand que 5.

Les colonnes (7), (8), (9), (10), (11) et (12) ont, au crédit, les mêmes fonctions respectives que les colonnes (1), (2), (3), (4), (5) et (6) du débit.

On demande de présenter sous la même forme le compte dont les éléments suivent :

Simon, banquier à Paris, a payé le 11 janvier 1856 une somme de 1500 fr. pour le compte de Rémy, négociant à Bordeaux.

Le 19 février, Simon a fait à Rémy une avance de 2000 fr.

Le 28 du même mois, Rémy a remis à Simon divers

effets payables à son ordre le 31 mars, et dont le bordereau s'élève à 3140 fr.

Le 11 mars, Rémy a remis un autre effet de 850 fr. payable à l'ordre de Simon le 15 avril.

Le 8 avril, Simon a payé une traite de 2640 fr. tirée sur lui par Rémy.

Le 19 mai, Simon a tiré à son tour sur Rémy pour la somme de 3000 fr.

Le 4 juin, Simon a fait à Rémy une avance de 4600 fr.

Le 17 juillet, il a payé au compte de Rémy une somme de 400 fr.

Le 6 août, Rémy a remis un effet de 1850 fr., payable à l'ordre de Simon le 30 septembre.

Rémy demande son compte à la date du 31 octobre; les intérêts réciproques étant calculés à 6 pour 100.

486. Il arrive souvent qu'au moment où l'on arrête un compte, il reste, de part et d'autre, des billets remis, mais non encore échus. Reprenons, par exemple, le premier compte du n° **485**, et supposons qu'il y ait, outre les articles mentionnés sur ce compte, un billet de 1500 fr. remis par Jacques le 20 novembre, mais payable seulement le 20 février. On inscrit cette somme de 1500 fr. au crédit de Jacques, et elle se trouve ainsi comptée en déduction de ce qu'il doit à la date du 31 décembre; mais comme Pierre n'en jouira réellement que le 20 février, c'est une véritable avance qu'il fait à Jacques, depuis le 31 décembre jusqu'au 21 février, c'est-à-dire pendant 51 jours, et Jacques lui en doit les intérêts pour ce nombre de jours. On portera

donc le *nombre* correspondant à ces intérêts au débit de Jacques ; mais, afin de conserver la trace de leur origine, on portera ce même *nombre* au crédit, seulement pour mémoire et *à l'encre rouge*, pour ne pas le confondre avec ceux qui font réellement partie du crédit : c'est ce qu'on appelle un *nombre rouge*.

La balance du compte se fera comme à l'ordinaire, sans avoir égard à ce *nombre rouge*.

On demande de présenter le compte avec cette modification.

487. S'il y a des *nombres rouges* au crédit et au débit, on en fait la balance séparément, et c'est le résultat de cette opération que l'on porte à l'encre noire du côté le plus faible.

Reprenons le 2e compte du n° **485** ; et supposons qu'outre les données de ce compte il y ait :

1° Un billet de 680 fr., remis à Simon par Rémy, le 29 août, et payable le 29 novembre ;

2° Une traite de Simon de la valeur de 1000 fr., payable à l'ordre de Rémy le 31 décembre ;

3° Deux billets de Rémy, montant ensemble à 1380 fr., et payable à l'ordre de Simon le 12 janvier.

On demande de présenter le compte de Rémy à la date du 31 octobre, en ayant égard à ces nouveaux articles.

488. La méthode ancienne, ou *directe*, offre cet inconvénient grave que si, pour une cause quelconque, l'époque prévue de l'arrêté de compte vient à changer, il faut recommencer tous les calculs. C'est une des

causes qui ont fait prévaloir la méthode nouvelle, ou *rétrograde*.

Dans cette méthode, on prend pour point de départ une époque antérieure à toutes les échéances, soit le premier jour de l'année, soit la date du dernier arrêté de compte, soit celle de la première échéance, et l'on compte les jours depuis cette date arbitraire, mais déterminée, jusqu'à la date d'échéance de chaque article. On calcule les *nombres* comme dans la méthode ancienne, en multipliant les sommes par les jours. On fait une balance préparatoire des sommes, ou capitaux; on multiplie la balance par le nombre de jours compris depuis l'époque fixe choisie jusqu'au jour de l'arrêté de compte, on obtient ainsi un *nombre* que l'on écrit dans la colonne des *nombres*, et *du même côté* que la balance. On fait ensuite la balance des *nombres*, et l'on en déduit les intérêts, que l'on écrit *du même côté* que la balance des *nombres*. On fait enfin, comme à l'ordinaire, la balance définitive qui donne le solde du compte.

On suppose d'abord que le compte de Jacques, chez Pierre, arrêté le 30 septembre, ne renferme que deux articles, savoir :

Une somme de 4000 fr. en espèces, avancée par Pierre, le 6 juin;

Un billet de 1960 fr., remis par Jacques, et payable à l'ordre de Pierre le 15 juillet.

On demande :

1° De trouver la balance du compte par la méthode directe et par la méthode rétrograde, les intérêts étant

calculés à 5 pour 100, et l'époque fixe, dans la méthode nouvelle, étant le 1er avril;

2° De démontrer que les deux méthodes doivent donner le même résultat.

489. On suppose, en second lieu, que le compte renferme un troisième article, savoir : un effet de 640 fr. remis par Jacques, et payable à l'ordre de Pierre le 10 novembre. On demande :

1° De trouver la balance du compte par la méthode directe et par la méthode rétrograde;

2° De démontrer que les deux méthodes doivent donner le même résultat, quoique la seconde n'emploie aucun *nombre rouge*.

490. On suppose enfin que les données soient celles du n° 487, et l'on demande de présenter le compte par la méthode rétrograde, en prenant pour époque fixe la date du premier article du débit, afin de diminuer les *nombres*, et les intérêts étant calculés à 6 pour 100.

491. Lorsque le taux de l'intérêt n'est pas le même au débit et au crédit, il faut en revenir à la méthode hambourgeoise; mais on présente quelquefois le compte sous une forme un peu différente.

Indépendamment d'une colonne pour la date d'entrée des articles, et d'une autre colonne pour le folio du journal auquel ces articles se rapportent, détails qui sont étrangers à l'objet qui nous occupe et sur lesquels nous ne nous arrêterons pas, le compte présente 12 colonnes.

La 1re renferme l'indication de la nature des articles, tant du débit que du crédit, espèces, bordereaux, etc.

La 2e et la 3e donnent en francs et centimes les *sommes* du débit.

La 4e et la 5e donnent de même les sommes du crédit.

La 6e et la 7e donnent en francs et centimes les balances successives qu'on est obligé de faire quand on applique la méthode hambourgeoise.

La 8e et la 9e donnent, l'une le jour et l'autre le mois de la date de chaque échéance.

La 10e donne le nombre de jours compris entre la date de l'échéance de chaque article et celle de l'échéance suivante.

La 11e donne les *nombres*, calculés d'après les nombres de jours placés dans la colonne précédente, mais seulement pour les intérêts débiteurs ; la 12e donne les mêmes *nombres* pour les intérêts créditeurs.

On fait la balance des nombres, d'où l'on déduit celle des intérêts, que l'on porte dans la colonne des capitaux, soit au débit, soit au crédit, suivant que les intérêts créditeurs l'emportent sur les intérêts débiteurs ou *vice versâ*.

Il ne reste plus qu'à faire la balance des capitaux, qui donne le solde.

On demande de présenter sous cette forme le compte de Samuel chez Urbain, dont les éléments ont été donnés au n° **480**.

NOTA. Les questions d'intérêt que l'on a à résoudre dans la pratique sont toujours des questions *directes*, comme celles qui

viennent d'être traitées, c'est-à-dire que c'est toujours l'intérêt qui est l'inconnue. Cependant il peut être utile, comme exercice, de résoudre quelques questions *inverses*, où l'intérêt est supposé donné; mais, comme les questions de ce genre se représentent à l'occasion de l'escompte, nous renvoyons à cet égard au paragraphe suivant, afin d'éviter les redites inutiles.

§ 7. De l'escompte.

492. On sait que l'on donne le nom d'*escompte* à la retenue que l'on opère sur la somme énoncée dans un effet de commerce lorsqu'on l'acquitte avant son échéance.

Jacques a souscrit à l'ordre de Pierre un effet de 1000 fr., payable dans 3 mois; Pierre est donc possesseur d'un titre qui, dans 3 mois, vaudra 1000 fr. Aujourd'hui, sa valeur est moindre, et si, pour avoir de l'argent, Pierre vend son titre à un banquier, celui-ci ne lui comptera pas 1000 fr.; il lui comptera une somme inférieure; et la différence sera l'*escompte*.

n France, l'escompte se calcule comme l'intérêt. Que vaut, par conséquent, un effet de 1000 fr. payable dans 3 mois, si le taux de l'escompte est 6 pour 100?

493. Quelle est la valeur actuelle d'un effet de 4500 fr. payable dans 129 jours, le taux de l'escompte étant 5 pour 100?

494. Quelle est la valeur actuelle d'un effet de 6680 fr. payable dans 5 mois et 17 jours, le taux de l'escompte étant 5 $\frac{1}{2}$ pour 100?

495. Indépendamment de l'escompte, le banquier retient presque toujours une commission, qui est ordinairement de $\frac{1}{2}$ pour 100, quelle que soit l'échéance. On demande, d'après cela, ce qu'on toucherait en faisant escompter chacun des effets mentionnés aux nos **492**, **493** et **494**.

496. Un négociant fait présenter à l'escompte chez un banquier un bordereau comprenant :

1°	Un effet de	3217f,60	payable dans	2	mois	5	jours;
2°	—	849 ,50	—	3	—	11	—
3°	—	1940 ,00	—	»	—	23	—
4°	—	650 ,00	—	5	—	25	—
5°	—	2244 ,45	—	1	—	19	—

On demande ce qu'il touchera, en déduisant des sommes énoncées dans ces divers effets, l'escompte à 5 pour 100 et une commission de $\frac{3}{4}$ pour 100.

497. L'escompte se calculant en France comme l'intérêt, en appelant a la somme énoncée dans le billet, t le taux, n le nombre de jours, et e l'escompte, on a, comme au n° **467** :

$$e = \frac{atn}{36000}, \qquad [1]$$

dans laquelle a, t ou n peuvent être pris pour inconnue aussi bien que e.

Un effet, payable dans 2 mois 19 jours, a donné lieu à un escompte de 63f,20, le taux étant 6 pour 100; quelle était la somme énoncée dans le billet?

498*. Un effet de 3480 fr. payable dans 4 mois

et 12 jours a donné lieu à un escompte de 63f,80; on demande quel était le taux de l'intérêt.

499*. Un effet de 1750 fr. a donné lieu à un escompte de 19f,25; le taux de l'escompte étant $5\frac{1}{2}$, on demande quelle était l'échéance.

500*. On a fait escompter le même jour, à 6 pour 100, deux effets, énonçant ensemble une somme de 6000 fr., payables, le premier dans un mois et demi, le second dans 2 mois 25 jours; et, déduction faite de l'escompte et d'une commission de $\frac{1}{2}$ pour 100, on a touché 5917 fr. On demande quelles étaient les sommes énoncées dans chacun des deux billets.

501*. Trois effets de 1800 fr. chacun, et dont les échéances sont exprimées par des nombres de jours proportionnels à 17, à 19 et à 23, ont été escomptés à 5 pour 100, et ont donné lieu à un escompte total de 73f,75. On demande de déterminer leurs échéances, et l'escompte de chacun d'eux.

502*. Deux effets ont été escomptés à 6 pour 100. Le premier a donné lieu à un escompte de 52 fr.; le second, qui était payable 12 jours plus tôt, a donné lieu à un escompte de 28f,60. On demande de déterminer : 1° les sommes énoncées dans les deux billets, sachant qu'elles forment un total de 6600 fr.; 2° les échéances de ces effets.

503*. Un effet de 3120 fr. a donné lieu à un escompte de 49f,40; et l'on remarque que l'escompte eût été le même si l'effet eût été payable 19 jours plus tard,

mais que le taux eût été inférieur d'une unité. On demande l'échéance du billet ainsi que le taux de l'escompte.

504. L'escompte, tel qu'on le pratique en France, porte le nom d'*escompte en dehors*. Mais, dans la plupart des autres pays, on prend l'*escompte en dedans;* c'est-à-dire que l'on considère la somme énoncée dans un billet comme un capital augmenté de son intérêt pour le temps indiqué par l'échéance, et c'est cet intérêt que l'on retranche de la somme énoncée lorsqu'on escompte le billet. Cette méthode, beaucoup moins commode que celle que l'on suit en France, est cependant plus rationnelle.

Jean achète à Pierre une certaine marchandise au prix de 100 fr. s'il paye comptant, ou au prix de 100 fr. augmentés de leurs intérêts à 6 pour 100 s'il ne paye que dans un an. Si Jean choisit ce dernier mode, il souscrit à Pierre un billet de 106 fr. payable dans un an. Supposons maintenant que Pierre veuille, le jour même, échanger ce billet contre de l'argent, il s'adresse à un banquier qui l'achète et lui en paye la valeur. Mais la valeur actuelle du billet n'est pas 106 fr.: il ne vaudra 106 fr. que dans un an; aujourd'hui il il ne vaut que les 100 fr., prix, au comptant, de la marchandise livrée; le banquier ne payera donc ce billet que 100 fr., c'est-à-dire qu'il retiendra 6 fr. sur 106 fr.

On demande, d'après cela, ce qu'il devrait retenir, si, le taux étant le même, il escomptait un billet de 1590 fr. payable dans un an.

505. Quel eût été l'escompte *en dehors*, c'est-à-dire calculé d'après la méthode française ?

506. Si Jean, au lieu de payer dans un an, payait dans 6 mois, il n'aurait à tenir compte que des intérêts de 100 fr. à 6 pour 100 pendant ce temps; il souscrirait donc un billet de 103 fr.; et si Pierre le faisait escompter immédiatement, le banquier ne donnerait toujours que 100 fr., c'est-à-dire qu'il retiendrait 3 fr. sur 103 fr.

Quel serait, d'après cela, l'escompte en dedans d'un billet de 2472 fr. payable dans 6 mois, le taux de l'escompte étant 6 pour 100?

507 *. On demande d'établir, par les mêmes raisonnements, la formule générale de l'escompte en dedans, en appelant a la somme énoncée dans le billet, n le nombre de jours dont se compose l'échéance, t le taux, et e l'escompte.

Il résulte de la formule établie au numéro précédent, que *pour obtenir l'escompte en dedans, il faut multiplier la somme énoncée dans le billet par le produit du taux et du nombre de jours, et diviser le résultat par ce même produit augmenté de* 36000.

508. Quel serait, d'après cela, l'escompte en dedans, à 6 pour 100, d'un billet de 3660 fr. payable dans 2 mois et 20 jours ?

509. Quel serait l'escompte en dedans, à 5 pour 100, d'un billet de 4890 fr. payable dans 4 mois et 21 jours ?

510*. D'après ce qui a été dit plus haut, l'escompte

en dedans n'est autre chose que *l'intérêt de la valeur actuelle du billet*. On demande de faire voir qu'en y ajoutant l'intérêt de cet intérêt, on obtient l'escompte en dehors.

511 * Un billet payable dans 3 mois, escompté à 6 pour 100, a donné lieu à un escompte de 108 fr.; on demande quelle était la somme énoncée dans le billet.

512 *. Un billet, payable dans 3 mois et 6 jours, a été escompté en dehors au taux de 5 pour 100; et l'on remarque que s'il eût été escompté en dedans, le porteur du billet eût gagné 20 centimes; on demande quelle était la somme énoncée dans le billet, et quelle est la valeur de chacun des deux escomptes.

513 *. Un billet de 5239 fr., payable dans un mois et demi, a donné lieu à un escompte en dedans de 39 fr.; on demande quel était le taux de l'escompte.

514*. Un billet de 2474f,50, escompté à 5 pour 100 en dedans, a donné lieu à un escompte de 24f,50; on demande dans combien de jours il était payable.

515 *. Un billet ayant été escompté en dedans au taux de 5 pour 100, il se trouve que la retenue a été de 4 pour 100 sur la somme énoncée. On demande à combien de jours était l'échéance du billet.

516 *. Un billet ayant été escompté en dedans au taux de 6 $\frac{1}{4}$ pour 100, il se trouve que le résultat est le même que si le billet eût été escompté en dehors au

taux de 6 pour 100 ; on demande à combien de jours était son échéance.

517*. On a deux billets, l'un de 6060 fr., l'autre de 6000 fr. L'échéance du premier est de 12 jours plus éloignée que celle du second; mais l'escompte *en dedans* du premier, au taux de 5 pour 100, équivaut à l'escompte *en dehors* du second au taux de 6 pour 100. On demande les échéances des deux billets.

518. Nous avons supposé jusqu'ici que le billet était escompté le jour même où il était souscrit ; il n'en est pas ordinairement ainsi. Mais, s'il s'agit de l'escompte en dehors, on se contente de prendre l'intérêt de la somme énoncée pour le nombre de jours qui restent à courir depuis le jour de l'escompte jusqu'à l'échéance du billet, sans tenir compte du temps déjà écoulé depuis l'époque où le billet a été souscrit.

Un billet de 1200 fr. a été souscrit le 1er juillet ; il est payable au 1er octobre ; on le fait escompter le 22 août ; on demande quel sera, d'après ce qui vient d'être dit, l'escompte en dehors à 6 pour 100.

519. S'il s'agit de l'escompte en dedans, on suit une règle plus rigoureuse qui peut s'énoncer ainsi : Multiplier la somme énoncée dans le billet par le taux et par le nombre de jours qui restent à courir depuis le jour de l'escompte jusqu'à l'échéance ; et diviser le résultat par 36000 augmenté du produit du taux par le nombre total de jours compris entre l'échéance et le jour où le billet a été souscrit.

Un billet de 1800 fr. a été souscrit le 1er avril ; il est

payable le 1er juillet ; on le fait escompter le 10 mai ; on demande quel sera l'escompte en dedans à 5 pour 100.

520 *. On demande de démontrer la légitimité de la règle donnée au numéro précédent.

521 *. Un billet souscrit le 2 octobre et payable le 1er décembre a été escompté en dedans, à 6 pour 100 le 18 octobre, et l'escompte a été de 28f,90. On demande quelle était la somme énoncée dans le billet.

522 *. Un billet de 2500 fr., payable dans 60 jours, à partir de la date de la signature, a été escompté dans l'intervalle, en dedans, et à 5 pour 100, et l'escompte a été de 13f,77. On demande combien il y avait de jours à courir encore depuis le jour de l'escompte jusqu'à l'échéance du billet.

523 *. Un billet de 8100 fr., escompté en dedans à 5 pour 100, 72 jours avant son échéance, a donné lieu à une retenue de 80 fr. On demande combien il s'était écoulé de jours depuis la signature du billet.

524 *. Un billet a été escompté 1 mois et demi avant son échéance, et l'escompte pris en dedans, à 6 pour 100, a été de 35f,64. On remarque que s'il avait été escompté en dehors à 5 pour 100, l'escompte eût été de 30 fr. On demande la somme énoncée dans le billet et le nombre de jours compris entre la date de la signature et celle de l'échéance.

525 *. Un billet a été souscrit (par exception) à 40

mois d'échéance ; et l'on remarque que l'escompte en dedans, au taux convenu, pris à une époque quelconque, serait précisément égal à l'escompte en dehors, à un taux moindre d'une unité. On demande quel est le taux convenu.

CHAPITRE IV.

PROBLÈMES SUR LES FONDS PUBLICS ET SUR LES OPÉRATIONS DE BOURSE.

§ 1. De la rente.

526. La *rente* est un intérêt que le gouvernement paye pour des sommes qu'il a empruntées. Le *taux* de la rente est l'intérêt nominal correspondant à un emprunt de 100 fr. Mais les titres de rente étant susceptibles d'être négociés constituent une marchandise dont le prix est variable. Le *cours* de la rente est le prix actuel d'un titre de rente égal au taux.

Ainsi, lorsque l'on dit que le $4\frac{1}{2}$ pour 100 est à $93^f,50$, cela signifie qu'il faut payer $93^f,50$ pour obtenir un titre de $4^f,50$ de rente. Le taux de la rente est ici $4\frac{1}{2}$, et le cours de la rente est $93^f,50$.

La rente est dite *au pair* lorsque le cours de la rente est à 100 fr.

On demande, d'après cela, à quel taux réel on place son argent quand on achète du $4\frac{1}{2}$ au cours de 93,50.

527. De même, lorsque l'on dit que le 3 pour 100 est à 67,90, cela signifie qu'il faut payer $67^f,90$ pour obtenir un titre de 3 fr. de rente. Le taux de la rente est ici 3, et le cours de la rente est 67,90. La rente serait *au pair* si le cours de la rente était à 100.

A quel taux réel place-t-on son argent quand on achète du 3 pour 100 au cours de 67,90?

528. Le 4 ½ pour 100 étant supposé au pair, quel devrait être le cours du 3 pour 100 pour que le taux réel de l'intérêt fût le même?

529. Le 3 pour 100 étant supposé au pair, quel devrait être le cours du 4 ½ pour 100, pour que le taux réel de l'intérêt fût le même?

530. Le 4 ½ pour 100 étant à 94,80, quel devrait être le cours du 3 pour 100 pour que le taux réel de l'intérêt fût le même?

531. Le 3 pour 100 étant à 69,60, quel devrait être le cours du 4 ½ pour 100 pour que le taux réel de l'intérêt fût le même?

532. Que valent 846 fr. de rente 4 ½ pour 100 au cours de 93,50?

533. Que valent 645 fr. de rente 3 pour 100 au cours 68,60?

534. Combien aurait-on de rente 4 ½ pour 100 au cours de 94,25 pour une somme de 12818 fr.

535. Combien aurait-on de rente 3 pour 100 au cours de 67,75 pour une somme de 16802 fr.?

536. Quel devrait être le cours du 4 ½ pour 100 pour qu'on pût, avec une somme de 60000 fr., acheter 3000 fr. de rente?

537. Quel devrait être le cours du 3 pour 100, pour

qu'on pût, avec une somme de 48000 fr., acheter 2400 fr. de rente?

538. Vaut-il mieux acheter du 4 $\frac{1}{2}$ pour 100 au cours de 92,50 ou du 3 pour 100 au cours de 67,80? et que gagnerait-on à choisir la voie la plus avantageuse, si la somme qu'on veut placer en rentes était une somme de 20000 fr.?

539. Vaut-il mieux acheter du 4 $\frac{1}{2}$ pour 100 au cours de 96, ou du 3 pour 100 au cours de 63? et que gagnerait-on à choisir la voie la plus avantageuse, si l'on avait 36800 fr. à placer en rentes?

540. On a acheté 540 fr. de rente 4 $\frac{1}{2}$ pour 100 au cours de 92,80; on les revend à 94,60; que gagne-t-on pour 100, et quel est le gain total?

541. On a acheté 840 fr. de rente 3 pour 100 au cours de 69,40; on est forcé de les revendre au cours de 63,25; que perd-on pour 100, et quelle est la perte totale?

542*. On demande la règle générale à suivre pour résoudre les problèmes analogues aux deux précédents.

543. On a acheté 600 fr. de rente 4 $\frac{1}{2}$ pour 100 au cours de 92,70; puis 450 fr. de rente au cours de 94; et enfin 200 fr. de rente au cours de 95,40; quelle est la somme totale déboursée, et à quel cours moyen faudrait-il acheter du 4 $\frac{1}{2}$ pour 100 pour avoir, avec la même somme totale, la même quantité totale de rentes?

544. On a acheté 510 fr. de rentes 3 pour 100 à 69,80; puis 420 fr. de rentes à 66,50; puis enfin 150 fr. de rentes à 63,90; on demande quelle a été la somme totale dépensée, et à quel cours moyen il faudrait acheter du 3 pour 100 pour avoir la même quantité de rentes avec la même somme totale.

545. On a acheté 1200 fr. de rentes 4 $\frac{1}{2}$ pour 100 au cours de 93,60; puis 1500 fr. de rentes 3 pour 100 au cours de 65; enfin 300 fr. de rentes 4 pour 100 à un cours que l'on a oublié; mais on se rappelle que, si l'on avait consacré 140 fr. de plus à acheter uniquement du 3 pour 100 au cours de 63,60, on aurait eu la même quantité totale de rentes. On demande quel était le cours du 4 pour 100.

546. On a acheté 1800 fr. de rentes 4 $\frac{1}{2}$ pour 100 au cours de 92,80; on les revend à 94,50, pour acheter du 3 pour 100 au cours de 63,40, que l'on revend plus tard à 65,90. Qu'a-t-on gagné pour 100 en définitive, et quel a été le gain total?

547. On a acheté 1500 fr. de rentes 3 pour 100 au cours de 67,60; on les revend à 68,20, pour acheter du 4 $\frac{1}{2}$ pour 100 au cours de 95,40; mais on est obligé de le revendre à 92,30. Qu'a-t-on perdu pour 100 en définitive, et quelle a été la perte totale?

548*. On demande de donner la formule générale qui résout les problèmes analogues à ceux des deux numéros précédents.

549. Une personne possède 3600 fr. de rentes 4 $\frac{1}{2}$ pour 100; on demande quelle perte de capital repré-

sente pour elle une baisse de 5 centimes dans le cours du 4 $\frac{1}{2}$.

550. Une personne possède 4800 fr. de rentes 3 pour 100; quel est l'accroissement de capital que représente pour elle une hausse de 5 centimes dans le cours du 3 pour 100?

551. Une personne possède un titre de rentes 4 $\frac{1}{2}$ pour 100; et chaque baisse de 0^{f},10 dans le cours de la rente répond à une diminution de 500 fr. dans son capital. On demande à quelle quotité de rentes s'élève son titre.

552. Une personne possède un titre de rentes 3 pour 100, et chaque hausse de 0^{f},15 dans le cours de la rente répond à un accroissement de 600 fr. dans son capital. On demande à quelle quotité de rentes s'élève son titre.

553. Une personne possède 1800 fr. de rentes; et une variation de 20 centimes dans le cours de la rente répond à une variation de 80 fr. dans son capital. On demande quel est le taux de la rente.

554. Une personne possède 2400 fr. de rentes; et une variation de 30 centimes dans le cours de la rente répond à une variation de 240 fr. dans son capital. Quel est le taux de la rente?

555 *. On demande d'établir la formule générale propre à résoudre tous les problèmes analogues à ceux qui viennent d'être traités dans les six numéros précédents.

556*. Une personne, qui possède 100000 fr., les avait placés dans une industrie qui lui rapportait 4 pour 100; elles les retire pour acheter du 4 $\frac{1}{2}$ pour 100 au cours de 93, et du 3 pour 100 au cours de 69; elle gagne ainsi 500 fr. de rentes. On demande comment elle a divisé son capital.

§ 2. Des opérations au comptant.

557. Les opérations *au comptant* sont celles dans lesquelles la livraison et le payement s'effectuent le jour même, ou dans un très-court délai.

On fait à la Bourse des opérations au comptant 1 sur certaines marchandises, telles que les huiles, les esprits, les savons, les blés, etc.; 2° sur les matières d'or et d'argent; 3° sur les effets publics.

Les opérations sur les marchandises se font par l'intermédiaire des courtiers de commerce auxquels la loi accorde un droit de courtage de $\frac{1}{2}$ pour 100, tant sur la vente que sur l'achat.

Les opérations sur les matières d'or et d'argent se font par l'intermédiaire, soit des courtiers de commerce, soit des agents de change, et le droit de courtage est de $\frac{1}{8}$ pour 100.

Les opérations sur les effets publics ne se font que par l'intermédiaire des agents de change, moyennant un droit qui, pour les rentes françaises, est de $\frac{1}{8}$ pour 100, prélevé sur le capital nominal; c'est-à-dire sur le capital qu'il faudrait débourser pour acquérir *au pair* le titre de rentes qu'on négocie. Pour les autres valeurs donnant lieu à des opérations au comptant, il

y a également un droit de courtage qui est de $\frac{1}{8}$ pour 100 pour les unes, et de $\frac{1}{4}$ pour 100 pour les autres.

Les marchandises sur lesquelles portent les opérations de Bourse sont ordinairement déposées hors barrières, pour éviter les droits d'entrée; mais elles y sont à la disposition du vendeur et de l'acheteur, d'où le nom de *disponibles* qu'on leur donne. L'opération la plus simple sur les marchandises consiste dans l'achat ou la vente d'une certaine quantité de ces marchandises.

Qu'aurait-on à débourser pour acheter 2500 kilog. d'huiles de colza, au cours de 128f,50 (les 100 kilog.)?

558. On vend 64 hectol. de *trois-six* de Montpellier au cours de 165 fr. (l'hectol.); quelle somme touchera-t-on?

559. On achète 500 ducats de Hollande au cours de 11f,80; qu'aura-t-on à débourser?

560. On vend 2 kilog. et 650 gr. d'or en barres au titre de 900 millièmes; la prime étant de 3 fr. pour 1000 fr., on demande ce qu'on touchera, déduction faite du droit de courtage.

561. L'opération la plus ordinaire sur les marchandises consiste à acheter pour revendre plus tard avec bénéfice; dans ce cas, il faut tenir compte d'un double courtage.

On achète 600 hectol. de froment à 38 fr. l'hectol.; on les revend deux mois après à 38f,75; on demande

quel bénéfice on a réalisé, et à quel taux on a placé son argent.

562. On a acheté des trois-six du Languedoc à 160 fr. l'hectol.; à quel prix faut-il les revendre un mois après, pour qu'en tenant compte des deux courtages, on se trouve avoir placé son argent à 5 pour 100 par an?

563. On a acheté des colzas au cours de 122f,50; on les revend au cours de 126 fr.; et il se trouve qu'en tenant compte des courtages, on a placé son argent à très-peu près au taux de 6 pour 100 par an; on demande le temps qui s'est écoulé entre l'achat et la vente.

564. Les colzas d'une certaine qualité étant à 128, et les trois-six du Languedoc à 160, un négociant qui est possesseur de 15000 kilog. de ces colzas les revend pour acheter des trois-six; huit mois après, les trois-six étant remontés à 165, et les mêmes colzas étant descendus à 122, le négociant revend ses trois-six pour racheter des colzas. On demande ce qu'il a gagné à cette spéculation, et à quel taux il a placé son argent.

565. Quand il s'agit des effets publics, les opérations au comptant les plus ordinaires consistent, soit dans l'achat d'un titre de rentes, comme placement de fonds, soit dans la vente d'un pareil titre, pour se procurer du numéraire.

La plus petite inscription est de 9 fr. de rentes; mais lorsqu'on est déjà inscrit sur le Grand Livre, on peut

ajouter à son titre 1 *franc* de rentes, ou détacher 1 *franc* de rentes d'un titre plus fort.

Qu'aurait-on à débourser, en tenant compte du courtage, pour acheter 810 fr. de rentes 4 $\frac{1}{2}$ pour 100 au cours de 93,80?

566. Qu'aurait-on à débourser pour acheter 630 fr. de rentes 3 pour 100 au cours de 67,90?

567. Qu'aura-t-on à toucher, en tenant compte du courtage, si l'on vend 630 fr. de rentes 4$\frac{1}{2}$ pour 100 au cours de 94,20?

568. Qu'aura-t-on à toucher, si l'on vend 810 fr. de rentes 3 pour 100 au cours de 69,75?

569. Quelques minutes avant l'ouverture de la Bourse, il se fait quelquefois des affaires au comptant dans lesquelles on fixe d'avance pour prix le *cours moyen* du jour, c'est-à-dire un cours précisément intermédiaire entre le cours le plus bas et le cours le plus haut. Mais cela ne peut avoir lieu que pour des affaires de peu d'importance qui ne soient pas de nature à influer elles-mêmes sur les cours.

On achète 405 fr. de rentes 4 $\frac{1}{2}$ pour 100 au cours moyen; le cours le plus bas ayant été 93,80, et le cours le plus haut 94,30, quelle somme aura-t-on à débourser?

570. On vend, au cours moyen, 360 fr. de rentes 3 pour 100; le cours le plus bas ayant été 67,70, et le cours le plus haut 68,50, quelle somme aura-t-on à toucher?

571. Pour les effets publics comme pour les marchandises, la spéculation la plus ordinaire consiste à acheter pour revendre avec bénéfice.

On a acheté 9000 fr. de rentes $4\frac{1}{2}$ pour 100 au cours de 92,70; on les revend trois mois après au cours de 94,30; quel est le bénéfice total, en tenant compte des courtages, et à quel taux a-t-on placé son argent?

572. On a acheté 15000 fr. de rentes 3 pour 100 au cours de 69,50; on est forcé de les revendre au cours de 65,70; quelle est la perte totale, en tenant compte des courtages, et que perd-on pour 100?

573. Une personne achète 4500 fr. de rentes $4\frac{1}{2}$ pour 100 au cours de 95, et pareille quantité de rentes au cours de 91; elle revend le tout au cours de 93,25; on demande si elle a perdu ou gagné à cette opération.

574. Lorsqu'on a acheté de la rente à un cours élevé, et que les cours s'abaissent tout à coup sans cause bien connue, on a ordinairement lieu de croire qu'ils remonteront, sinon à la valeur primitive, du moins à une valeur intermédiaire. Pour ne pas éprouver de perte, on achète alors au cours le plus bas la même quantité de rentes qu'on a achetée au cours le plus haut, et l'on attend, pour revendre le tout, que la rente soit remontée à un cours intermédiaire convenable; c'est ce que l'on appelle *faire une commune.* Nous en avons donné un exemple au numéro précédent. Mais on a intérêt à déterminer à l'avance le cours intermédiaire auquel on pourra revendre sans perte.

On a acheté 3000 fr. de rentes 3 pour 100 au cours de 70,20; les cours ayant subitement baissé jusqu'à 64,40, on achète à ce cours 3000 autres francs de rentes.

On demande :

1° De déterminer, en tenant compte des courtages, le cours auquel on pourra revendre sans perte;

2° De calculer le gain ou la perte que l'on ferait si l'on revendait à 67,65.

575. On a acheté de la rente $4\frac{1}{2}$ pour 100 au cours de 94,80; les cours ayant baissé jusqu'à 90,10, on *fait une commune;* et l'on demande à quel prix on pourra revendre sans perte.

576. On a acheté de la rente 3 pour 100 au cours de 71,10; la rente ayant subitement baissé, on *fait une commune;* et l'on revend plus tard, sans perte, à 67,35. On demande quel a été le cours d'achat le plus bas.

577. Lorsque l'on vend un titre de rentes pour racheter immédiatement de la rente à un autre taux, l'agent de change ne prend ordinairement qu'un seul courtage.

Une personne qui possède 495 fr. de rentes $4\frac{1}{2}$ pour 100, les vend au cours de 96,40 pour racheter du 3 pour 100 au cours de 63,70. On demande quelle sera la quotité de rentes 3 pour 100 ainsi obtenue, en supposant que la personne qui opère ne veuille faire aucun déboursé.

578. Une personne, qui possède 1260 fr. de rentes

3 pour 100, les vend au cours de 70,30 et rachète immédiatement, sans nouveau déboursé, de la rente 4 ½ pour 100 au cours de 90,20; quelle sera la quotité de rentes 4 ½ pour 100 ainsi obtenue?

579*. Un spéculateur, qui possède un capital a_1, fait dans le courant d'une année les opérations suivantes :

1° Il achète du 3 pour 100 au cours c_1;

2° Il revend son 3 pour 100 au cours c_2 pour racheter immédiatement du 4 ½ pour 100 au cours c_3;

3° Il revend son 4 ½ pour 100 au cours c_4 pour racheter du 3 pour 100 au cours c_5;

4° Il revend son 3 pour 100 au cours c_6 pour racheter du 4 ½ pour 100 au cours c_7;

5° Il revend son 4 ½ pour 100 au cours c_8.

On demande quel est, en tenant compte des courtages, son bénéfice au bout de l'année, et à quel taux il se trouve avoir placé son argent.

580. Un spéculateur, qui possède 60000 fr., fait, dans le courant d'une année, les opérations suivantes :

1° Il achète du 3 pour 100 au cours de 66;

2° Il vend son 3 pour 100 au cours de 68,50 pour racheter du 4 ½ au cours de 91,10;

3° Il vend son 4 ½ au cours de 94,30 pour racheter du 3 pour 100 au cours de 67,20;

4° Il vend son 3 pour 100 au cours de 69,20 pour racheter du 4 ½ au cours de 92,50;

5° Enfin, il vend son 4 ½ pour 100 au cours de 95,10.

On demande quel a été son bénéfice, et à quel taux il a placé son argent.

§ 3. **Opérations à termes. — Marchés fermes.**

581. Les marchés *à terme* sont ceux dans lesquels la livraison et le payement ne s'effectuent pas le jour même de la transaction, mais au bout d'un délai convenu ; le terme fixé est ordinairement la fin du mois courant, ou la fin du mois qui suit, ce qu'on exprime par *fin courant*, ou par fin *prochain*.

Dans les marchés à terme, on n'opère que sur des quotités fixes :

2250 fr. de rentes $4\frac{1}{2}$ pour 100,
2000 fr. — 4 pour 100,
1500 fr. — 3 pour 100,

ou sur des multiples exacts de ces quotités.

Les marchés *fermes* sont ceux dans lesquels aucune des deux parties contractantes ne se réserve le droit d'annuler le marché, lequel est, par conséquent, obligatoires pour les deux parties.

Le cours de la rente est toujours plus élevé quand il s'agit d'opérations à terme, que lorsqu'il s'agit de marchés au comptant.

Le cours du $4\frac{1}{2}$ pour 100 étant à 93 pour les marchés au comptant, et à 93,75 pour les marchés à terme, on demande quelle est la différence du déboursé qui en résulterait pour l'achat de 9000 fr. de rentes.

582. Une personne qui a 6000 fr. de rentes 3 pour 100 à acheter, remarque qu'elle aura 400 fr. de plus

à débourser si elle achète à terme que si elle achète comptant ; le cours du 3 pour 100 au comptant étant à 67,75, on demande le cours du 3 pour 100 à terme.

583. On appelle *report du comptant à la fin du mois*, ou simplement *report*, la différence entre le prix de la rente au comptant et celui de la rente fin courant. Les reports offrent un moyen de placer temporairement son argent sur les fonds publics sans avoir aucune chance à courir.

Pierre achète 9000 fr. de rentes 4 $\frac{1}{2}$ pour 100 au comptant à 93,10, et il les revend immédiatement fin courant à 93,50; on demande ce qu'il aura gagné à cette opération, et à quel taux il aura placé son argent si l'achat au comptant s'est fait au commencement du mois.

584. Pour les opérations à terme sur les rentes françaises, le minimum du droit de courtage est de $\frac{1}{16}$ pour 100 prélevé sur le capital nominal, c'est-à-dire, comme on l'a vu au nº **557**, sur le capital qu'il faudrait débourser pour acquérir *au pair* le titre de rentes qu'on négocie. D'après cela, qu'aurait-on à débourser pour acheter 9000 fr. de rentes 4 $\frac{1}{2}$ pour 100 fin courant à 94,50 ?

585. Mais, pour simplifier les calculs, on est convenu de réduire le courtage à 0,05 au lieu de 0,0625, c'est-à-dire à $\frac{1}{20}$ au lieu de $\frac{1}{16}$. Quelle est, dans cette hypothèse, la somme à débourser pour acheter 9000 fr. de rentes 4 $\frac{1}{2}$ pour 100 fin courant à 94,50 ?

586. On vend 9000 fr. de rentes 3 pour 100 fin courant à 68,60 ; quelle somme aura-t-on à toucher, en tenant compte du courtage ?

587. On demande de reprendre le problème du n° **583**, en tenant compte des courtages ; et de décider si Pierre n'aurait pas eu plus d'avantage à acheter simplement de la rente $4\frac{1}{2}$ pour 100 à 93,10.

588. Jacques achète 10500 fr. de rentes 3 pour 100 au comptant à 68,80, et il les revend immédiatement fin courant à 69,35 ; on demande ce qu'il gagnera à cette opération, et à quel taux il aura placé son argent, en supposant que l'achat au comptant ait été fait au commencement du mois.

589*. On achète de la rente 3 pour 100 au comptant à un cours que nous désignerons par c, et on la revend immédiatement fin courant à un cours que nous désignerons par c' ; en supposant qu'il y ait un mois d'intervalle entre l'achat et la vente, on demande quel doit être le cours c', pour qu'en opérant ainsi, on se trouve avoir placé son argent à un taux plus avantageux qu'en achetant simplement de la rente au cours c.

590. On appelle *report d'un mois à l'autre* la différence qui existe entre le prix de la rente *fin courant* et le prix de la rente *fin prochain*, c'est-à-dire entre le prix de la rente livrable à la fin du mois où l'on se trouve, et le prix de cette même rente livrable à la fin du mois suivant. Ce genre de report fournit aux spéculateurs les moyens de prolonger une opération.

Pierre a acheté 12000 fr. de rentes 3 pour 100 fin courant, au cours de 69,80, dans l'espoir de les revendre avec bénéfice. La fin du mois arrivée, il se trouve que le cours du 3 pour 100 au comptant n'est que de 68,90 ; Pierre ne peut donc vendre qu'à perte. Mais s'il a foi dans la hausse prochaine des fonds publics, il peut continuer son opération en se faisant *reporter* (d'où le nom de *report*); ce qui se fera de la manière suivante. Pierre vendra ses 12000 fr. de rentes au cours du jour, c'est-à-dire à 68,90, et il les rachètera immédiatement pour l'époque de la liquidation suivante, en payant au vendeur un intérêt qui n'est autre chose que le report ; si ce report est de 0f,50, il rachètera donc ses rentes fin prochain au cours de 68,90 + 0,50 ou 69,40 ; et le règlement définitif de son opération se trouvera ainsi *reporté* au mois suivant.

Ses prévisions s'étant réalisées, par hypothèse, il revend définitivement ses rentes au comptant à 71,70. On demande ce qu'il aura gagné à ces opérations.

591. Jacques a acheté de la rente 4 ½ pour 100 fin courant à 93,15 ; le moment de la liquidation arrivée, le 4 ½ pour 100 se trouve tombé à 92,40 ; Jacques se fait *reporter*. Le report étant supposé de 0,45, on demande quel devra être le cours du 4 ½ pour 100 à la liquidation suivante, pour que le spéculateur puisse vendre définitivement sans perte.

592. Un spéculateur a acheté 18000 fr. de rentes 3 pour 100 à terme, à 68,50 ; au jour de la liquidation, le 3 pour 100 étant à 67,20, il se fait reporter. A la liquidation suivante, la rente étant remontée à

70,80, le spéculateur réalise, en vendant à ce cours, un bénéfice de 9300 fr. On demande quel a été le montant du report.

593. Un spéculateur *à la hausse* (c'est-à-dire qui compte sur la hausse des fonds publics, comme ceux dont il vient d'être question dans les trois numéros précédents) ne peut *se faire reporter* qu'autant qu'il se trouve un spéculateur *à la baisse* (ou comptant sur la baisse), qui consente à faire l'opération inverse, c'est-à-dire à *reporter*.

Robert a vendu 15750 fr. de rentes 4 ½ pour 100 fin courant au cours de 91,35, dans l'espoir de les racheter avec bénéfice; le moment de la liquidation arrivé, le 4 ½ pour 100 se trouve monté à 92,70. Robert ne peut racheter qu'à perte; mais s'il a foi dans la baisse, il peut continuer son opération en *reportant*, ce qui s'exécutera de la manière suivante :

Robert rachètera ses rentes au cours de 92,70, et il les revendra immédiatement pour l'époque de la liquidation suivante, par l'intermédiaire d'un agent de change, à quelque autre spéculateur qui ait besoin de se faire reporter; si le report est de 0,40, il revendra donc ses rentes à 92,70 + 0,40, ou à 93,10; et le règlement définitif de son opération sera reporté à la liquidation suivante.

Si, à ce moment, ses prévisions sont réalisées, et que le 4 ½ pour 100 soit tombé à 91,10 par exemple, il rachètera à ce cours. On demande quel serait, dans ce cas, le bénéfice de Robert.

594. Un spéculateur à la baisse a vendu fin courant

12000 fr. de rentes 3 pour 100 à 70,40; le moment de la liquidation arrivé, le 3 pour 100 se trouve à 72,05; pour continuer son opération, le spéculateur *reporte*. On suppose le report de 0,35. A la liquidation suivante, ce spéculateur rachète au comptant et réalise un bénéfice de 5600 fr.; on demande quel était à ce moment le cours de la rente.

595. Un spéculateur à la hausse a acheté fin courant 22500 fr. de rentes 4 $\frac{1}{2}$ pour 100 à un certain cours; au moment de la liquidation, le cours se trouve être le même. Comme il ne pourrait vendre sans perte à cause des courtages, il se fait reporter. On suppose le report de 0,50. A la liquidation suivante, ce spéculateur, forcé de vendre à 90, éprouve une perte de 21750 fr.; on demande à quel cours il avait vendu primitivement.

596. Il peut arriver, contrairement à ce que nous avons supposé plus haut, que le cours de la rente au comptant soit plus élevé que le cours de la rente fin courant; la différence prend, dans ce cas, le nom de *déport*. — Lorsqu'il y a déport, les porteurs de titres de rentes peuvent obtenir un bénéfice en engageant momentanément ces titres.

Richard est possesseur d'un titre de 27000 fr. de rentes 4 $\frac{1}{2}$ pour 100; il vend son titre au comptant à 94,75, et le rachète fin courant en profitant d'un déport de 0,35; on demande ce qu'il aura gagné à cette opération, et à quel taux il aura placé son argent si son opération a duré 15 jours.

597. Lorsqu'il y a déport, cette circonstance modifie nécessairement les résultats qu'on aurait obtenus en continuant une opération s'il y avait eu report.

Jacques a acheté de la rente 4 ½ pour 100 fin courant à 93,15; le moment de la liquidation arrivé, le 4 ½ pour 100 se trouve tombé à 92,40; mais il y a déport. Pour continuer son opération, Jacques vend au comptant et rachète pour l'époque de la liquidation suivante en profitant d'un déport de 0,45. On demande quel devra être le cours du 4 ½ pour 100 à la liquidation suivante, pour que le spéculateur puisse vendre définitivement sans perte.

On comparera le résultat de cette opération à celui du n° **591**.

598. Un spéculateur a vendu fin courant 12000 fr. de rentes 3 pour 100 à 70,40; le moment de la liquidation arrivé, le 3 pour 100 se trouve à 72,05; mais il y a déport. Pour continuer son opération, il rachète au comptant, et revend immédiatement pour l'époque de la liquidation suivante, en subissant un déport de 0,35. A la liquidation, il rachète au comptant, à 69. On demande quel bénéfice il aura réalisé.

On comparera cette opération avec celle du n° **594**.

599. Dans les marchés à terme, l'acheteur a toujours le droit d'exiger la livraison des titres avant l'époque fixée, pourvu qu'il prévienne le vendeur 5 jours à l'avance et qu'il paye le prix stipulé dans le marché. L'usage de cette faculté porte le nom d'*escompte*, et l'on dit que l'acheteur *escompte son vendeur*, parce que l'a-

cheteur perd ainsi les intérêts de son argent pour le nombre de jours qui restaient à s'écouler jusqu'à l'époque de la liquidation.

Pierre a acheté fin courant 18000 fr. de rentes 4 ½ pour 100 à 93,75; dix jours avant l'époque fixée, il escompte son vendeur; on demande ce qu'il perd, en calculant les intérêts d'après le taux qui correspond au cours de la rente. (Voir le nº **526**.)

600. Cette opération est ordinairement dirigée contre les vendeurs *à découvert*, c'est-à-dire contre les spéculateurs, plus audacieux qu'honnêtes, qui vendent à terme des rentes dont ils n'ont pas les titres, espérant se les procurer avec avantage avant l'époque de la liquidation.

Daniel a acheté fin courant 24000 fr. de rentes 3 pour 100. — Soupçonnant que celui qui les lui a vendues est un vendeur à découvert, il l'escompte 12 jours avant l'époque de la liquidation, et l'oblige ainsi à transiger et à reporter son opération à la liquidation suivante en subissant un déport de 0f,50. On demande ce que Daniel aura gagné à cette opération.

§ 4. Marchés libres, ou à primes.

601. On appelle *marché libre*, ou *à prime*, un marché à terme que l'acheteur se réserve le droit d'annuler en payant au vendeur une indemnité fixée à l'avance, et qui porte le nom de *prime*. Dire que Pierre achète à Paul, fin courant, 6000 fr. de rentes 3 pour 100 à 70,40 *dont* 1, c'est dire que Pierre se réserve

le droit d'annuler le marché en payant à Paul une indemnité de 1 fr. par chaque quotité de 3 fr. de rentes. Cette indemnité ou prime est déposée chez l'agent de change. Si Pierre maintient son marché, on dit qu'il *lève* la prime; s'il annule son marché, on dit qu'il *abandonne* la prime.

On demande quel est, dans cet exemple, le cours le plus bas auquel Pierre ait intérêt à lever la prime.

602*. Généralement, si c désigne le cours d'achat de la rente 3 pour 100, et p la prime, on demande le cours le plus bas auquel l'acheteur ait intérêt à lever.

603. On demande quel est, dans l'exemple du nº **601**, le cours le plus bas auquel l'acheteur pourra faire un bénéfice en revendant.

604*. Généralement, si c désigne le cours d'achat de la rente 3 pour 100, on demande quel est le cours le plus bas auquel l'acheteur pourra faire un bénéfice en revendant.

605*. On demande d'examiner les chances de Pierre dans l'exemple du nº **601**, suivant le cours du 3 pour 100 au moment de la liquidation.

606*. Généralement, le cours d'achat étant représenté par c et la prime par p, on demande d'examiner les chances de l'acheteur suivant le cours x du 3 pour 100 à l'époque de la liquidation.

607. Jusqu'où devrait s'élever le cours du 3 pour 100, pour que, dans l'exemple du nº **601**, Pierre fît un bénéfice de 12000 fr. au moins?

608*. Jusqu'où doit, en général, s'élever le cours du 3 pour 100 pour que l'acheteur fasse un bénéfice au moins égal à une somme b assignée d'avance?

609. On demande quelles seraient les chances de Paul, dans l'exemple du n° **601**, en supposant qu'il fût obligé de racheter au comptant, au moment de la liquidation, ce qu'il a vendu à terme.

610*. Quelles sont, en général, les chances du vendeur, si on le suppose obligé de racheter au comptant, à l'époque de la liquidation, ce qu'il a vendu à terme.

611. Simon achète fin courant 18000 fr. de rentes 4 $\frac{1}{2}$ pour 100 à 93, *dont* 50 (c'est-à-dire 50 centimes). On demande quelles sont ses chances suivant le cours du 4 $\frac{1}{2}$ pour 100 à l'époque de la liquidation.

612. Il se fait souvent sur parole, et sans le secours des agents de change, des marchés libres à des termes très-rapprochés, par exemple du jour au lendemain.

Un spéculateur achète 1500 fr. de rentes 3 pour 100 pour le lendemain à 70,80 *dont* 2 *sous* (ou 0f,10). On demande quelles sont ses chances de gain ou de perte, en supposant que le cours du 3 pour 100 ne varie pas de plus de 50 centimes, en plus ou en moins.

613. Un spéculateur achète 4500 fr. de rente 3 pour 100 pour le lendemain à 69,70 *dont* 5 *sous* (ou 0f,25). On demande quelles sont ses chances, en supposant que le cours du 3 pour 100 ne varie pas de plus de 1f,50 en plus ou en moins.

614. Dans les marchés libres traités jusqu'ici, c'était l'acheteur qui se réservait le droit d'annuler l'opération en abandonnant au vendeur une indemnité ou prime fixée à l'avance. Il se fait aussi des marchés dans lesquels c'est le vendeur qui, moyennant l'abandon d'une prime, se réserve le droit d'annuler l'opération. Ces marchés portent le nom de *marchés à prime pour recevoir.*

Pierre vend fin courant 9000 fr. de rentes 3 pour 100 à 70, en se réservant le droit d'annuler le marché moyennant une prime de $0^f,50$. On demande les chances du vendeur.

615. Les marchés à prime pour recevoir se font aussi du jour au lendemain, et sans l'intervention d'un agent de change.

Jacques vend 1500 fr. de rentes 3 pour 100 pour le lendemain, en se réservant le droit d'annuler le marché par l'abandon d'une prime de $0^f,10$; on demande les chances de Jacques.

616. Les spéculateurs combinent fréquemment, dans leurs opérations, les marchés fermes avec les marchés libres.

Raymond vend ferme à Daniel 6000 fr. de rentes 3 pour 100 fin courant à 70,30 et les lui rachète pour la même époque à 72,80 dont 50; c'est ce qu'on appelle une opération *ferme contre prime.* On demande d'analyser les chances de Raymond, dans l'hypothèse où il aurait vendu *à découvert,* c'est-à-dire sans avoir les titres, et dans l'espoir de se les procurer avantageusement avant la liquidation.

617. Dans le problème précédent, Daniel vend à Raymond 6000 fr. de rentes 3 pour 100 fin courant à 72,80 dont 50, et les lui rachète ferme pour la même époque à 70,30; c'est ce que l'on appelle une opération *prime contre ferme*. On demande d'analyser les chances de Daniel.

618. Nous avons supposé, dans les deux problèmes précédents, que les quotités de rentes achetées ou vendues étaient les mêmes; il n'en est pas toujours ainsi.

Raymond vend ferme à Daniel 6000 de rentes 3 pour 100 fin courant à 70,30; et achète du même Daniel 12000 fr. de rentes 3 pour 100 pour la même époque, à 72,80 dont 50. On demande les chances de Raymond, en supposant qu'il ait vendu à découvert.

619. Dans l'exemple précédent, Daniel vend 12000 fr. de rentes 3 pour 100 fin courant à 72,80 dont 50, et en rachète ferme 6000 fr. pour la même époque à 70,30. Quelles sont les chances de Daniel, en supposant qu'il ait vendu à découvert?

620. Les spéculateurs combinent encore les marchés libres entre eux; c'est ce que l'on appelle une opération *prime contre prime*.

Pierre achète de Paul 6000 fr. de rentes 3 pour 100 fin courant à 72,50 dont 50, et les lui revend pour la même époque à 71 dont 1. On demande les chances des deux spéculateurs.

621. Dans l'exemple du numéro précédent, les

quantités de rentes vendues de part et d'autre étaient égales. Il n'en est pas toujours ainsi; et l'on fait souvent un marché à prime contre la moitié à prime de quotité double.

Pierre achète de Paul 12000 fr. de rentes 3 pour 100 fin courant à 72,50 dont 50, et lui revend 6000 fr. des mêmes rentes pour la même époque à 71 dont 1. On demande les chances des deux spéculateurs.

§ 5. Des principales valeurs négociées à la Bourse.

622. Obligations de la ville de Paris. (Nous prendrons pour exemple l'emprunt de 50 millions contracté par la ville de Paris en 1852 ; les autres emprunts donneraient lieu à des problèmes analogues.)

En 1852, la ville de Paris, voulant contracter un emprunt de 50 millions, a souscrit au profit des prêteurs 50000 *obligations* au porteur, de 1000 fr. chacune, rapportant 50 fr. d'intérêts annuels, payables par semestre, les 1er janvier et 1er juillet.

A quel taux place-t-on son argent en achetant ces obligations à 1045 fr. ?

623. Quel devrait être le prix d'une obligation pour que l'acquéreur tirât $4\frac{1}{2}$ pour 100 de son capital?

624. Un spéculateur achète 60 obligations de la ville de Paris à 1035 fr., et les revend un mois après à 1045 fr. ; on demande quel est son bénéfice, et à quel taux il a placé son argent.

625. Un capitaliste, propriétaire de 83 obligations de la ville de Paris, les vend à 1040 fr. pour acheter

du 3 pour 100 au cours de 71,50 ; trois mois et demi après, il vend son 3 pour 100 à 72,70 et rachète ses 83 obligations à 1035. On demande ce qu'il a gagné à cet *arbitrage de Bourse*, et à quel taux il a placé son argent.

626. Les obligations de la ville de Paris sont remboursables au pair par 37 tirages au sort qui ont lieu les 1er mai et 2 novembre de chaque année, jusqu'en novembre 1870 ; le remboursement des obligations désignées par le sort à ces tirages s'effectue le 1er juillet ou le 2 janvier suivants.

Indépendamment du remboursement au pair, les 60 premiers numéros sortis gagnent des primes ainsi réparties :

1er numéro sorti	.....................une prime de	50000 fr.
2e	— —	20000
3e	— —	15000
4e	— —	10000
5e et 6e, chacun	—	5000
7e, 8e, jusqu'au 12e inclusivement, chacun,	—	3000
13e, 14e, — 20e	— —	2000
21e, 22e, — 34e	— —	1000
35e, 36e, — 59e	— —	500
60e, une prime variable de 2175 francs à 3025, et dont la moyenne est	....	2500

Enfin, aux 13 premiers tirages, il ne doit être tiré que 60 numéros ; à partir du 14e tirage, correspondant au 1er mai 1859, le nombre des numéros qui devront être tirés croît brusquement et va en s'élevant à chaque tirage depuis 1522 jusqu'à 2673.

Cela posé, on suppose qu'un capitaliste soit porteur

de 430 obligations, achetées à 1045 fr., et qu'au 11e tirage, cinq de ces obligations soient désignées par le sort pour être remboursées, les rangs des numéros sortis étant le 3e, le 17e, le 28e, le 41e et le 57e. On demande ce que gagnera ou perdra ce capitaliste.

627. Que gagnerait ou perdrait ce même capitaliste si, au lieu du 11e tirage, il s'agissait du 37e.

628. On suppose qu'au 14e tirage, 50 obligations appartenant au même propriétaire sortent successivement, l'une la 20e et toutes les autres au delà de la 60e; on suppose en outre que ce propriétaire ne perde ni ne gagne à ce tirage; et l'on demande à quel prix ses obligations ont été achetées.

629. On suppose qu'au 37e tirage, toutes les obligations soient entre les mains d'un même propriétaire, et qu'il les ait achetées au prix de 1060 fr.; et l'on demande ce qu'il perdra ou gagnera à ce tirage.

630. Que perdrait-il ou que gagnerait-il, s'il avait acheté ces mêmes obligations au prix de 1065 fr.?

631. On appelle *probabilité* d'un événement aléatoire le rapport entre le nombre des chances favorables à cet événement et le nombre total des chances.

D'après cela, on demande quelle est la probabilité pour le porteur d'une obligation de la ville de Paris, de gagner la prime de 50000 fr., au 13e tirage, au 15e, au 37e?

632. Lorsqu'un gain doit résulter d'un événement aléatoire, on appelle *espérance mathématique* le produit de la somme à gagner par la probabilité de cet événe-

ment. On demande quelle est l'espérance mathématique résultant, pour le porteur d'une obligation de la ville de Paris, de la probabilité de gagner la prime de 50000 fr. au 13e, au 15e ou au 37e tirage.

633. Quelle est la probabilité, pour le porteur d'une obligation, de gagner au 13e tirage la prime de 20000 fr., la prime de 15000 fr., la prime de 10000 fr.; et quelle est l'espérance mathématique correspondante à chacune de ces primes?

634. Quelle est, pour le porteur d'une obligation, la probabilité de gagner au 13e tirage : l'une des primes de 5000 fr., l'une des primes de 3000 fr., l'une des primes de 2000 fr., l'une des primes de 1000 fr., l'une des primes de 500 fr.; et quelle est l'espérance mathématique correspondante à chacune de ces primes?

635. En adoptant 2500 fr. pour le montant de la prime variable accordée au 60e numéro sortant, quelle sera, pour le porteur d'une obligation, la probabilité de gagner cette prime; et quelle serait l'espérance mathématique correspondante?

636. Quelle est, pour le porteur d'une obligation, la probabilité de gagner l'une des primes, au 13e tirage; et quelle serait l'espérance mathématique correspondante, si toutes les primes avaient une valeur commune égale à leur moyenne?

637. Quelle sera, pour le porteur de 100 obligations, la probabilité de gagner au moins la prime de 50000 fr. au 37e tirage?

Quelle sera la probabilité de gagner uniquement cette prime ?

638. Quelle sera, pour le porteur de 100 obligations, la probabilité de gagner an moins les six premières primes an 37e tirage; et quelle sera la probabilité de gagner uniquement ces six primes ?

639. Quelle sera, pour le porteur de 1000 obligations, la probabilité de gagner toutes les primes au 37e tirage ; et quelle sera l'espérance mathématique correspondante à cette probabilité ?

640*. Si, dans une question de ce genre, on représente en général par N le nombre total des numéros qui restent à tirer, par m le nombre de ceux qui doivent être tirés au tirage que l'on considère, on demande quelle sera, pour le porteur de N obligations, la probabilité 1° de gagner au moins un nombre p de primes; 2° de ne gagner que ces p primes déterminées.

641*. Quel devrait être le nombre des obligations réunies dans une même main pour qu'au 37e tirage le porteur eût autant de chances de gagner toutes les primes que de les gagner toutes à l'exception de la première ?

642. Actions de la Banque. — Le capital de la Banque de France se compose aujourd'hui de 91250 actions dont la valeur nominale est de 1000 fr. chacune. Le 29 janvier 1857, la valeur réelle d'une action était cotée 4160 fr. ; quelle est, à ce taux, la valeur réelle de toutes les actions réunies?

643. Chacune des actions donne droit à un dividende qui se paye par semestres, en janvier et en juillet. En 1854, le dividende du 1er semestre a été de 112 fr., et celui du second semestre de 82 fr. En même temps, la valeur réelle des actions s'est élevée jusqu'à 3000 fr. A quel taux a-t-on placé son argent cette année-là en achetant des actions de la Banque à ce prix ?

644. La somme des dividendes payés en 1853 s'est élevée à 154 fr. ; à quel prix aurait-il fallu acheter les actions pour tirer 6 pour 100 de son argent pendant cette année ?

645. Un capitaliste qui a acheté, en 1847, des actions de la Banque au prix de 3220 fr., calcule qu'il a retiré pendant cette année-là $5\frac{1}{2}$ pour 100 de son argent ; quelle a été la somme des dividendes payés par action dans le courant de l'année ?

646. Pendant les 10 années comprises de 1845 à 1854, les dividendes payés par action ont été les suivants :

	1er trimestre.	2e trimestre.
En 1845	58 francs	75 francs.
1846	80	79
1847	84	93
1848	30	45
1849	54	52
1850	50	51
1851	55	50
1852	58	60
1853	70	84
1854	112	82

D'autre part, en 1844, le cours moyen des actions de la Banque avait varié comme il suit :

En janvier,	3220 francs.
février,	3280
mars,	3270
avril,	3175
mai,	3090
juin,	3100
juillet,	3020
août,	3115
septembre	3055
octobre,	3060
novembre,	3070
décembre,	3160

Un capitaliste a acheté, au commencement de 1845, des actions de la Banque à 5 fr. au-dessus du cours moyen de 1844, et il ne s'en est défait qu'au commencement de 1855; on demande combien son argent lui a rapporté pour 100 pendant ces 10 années.

647. Pour former le dividende à payer par action, la Banque prélève sur ses bénéfices 6 pour 100 du capital nominal des actions, et y ajoute les $\frac{2}{3}$ du reste (le 3ᵉ tiers étant destiné à former sa réserve). On demande, d'après cela, quel a été le bénéfice de la Banque en 1854, la somme des dividendes payés pendant cette année ayant été, comme on l'a vu, de 194 fr.

648. Si l'on admet qu'en achetant les actions de la Banque à 4000 fr. on place son argent à 5 pour 100, quel bénéfice total faudra-t-il supposer que la Banque elle-même fasse, et quel sera son bénéfice pour 100, calculé d'après la valeur nominale des actions?

649. Un spéculateur vend 1500 fr. de rentes 3 pour 100 à 71,50 pour acheter des actions de la Banque à 4090. Six mois plus tard, et après avoir touché un dividende semestriel de 110 fr. par action, il revend ses actions à 4160 pour racheter ses 1500 fr. de rentes 3 pour 100 à 69,80. On demande ce qu'il a gagné, et à quel taux il a placé son argent.

650. Actions du Comptoir d'escompte. — Ces actions, au nombre de 40000, ont une valeur nominale de 500 fr.; elles donnent droit à un dividende qui en 1852 a été de 40 fr. par action. Dans la même année, la valeur réelle d'une action a varié de 535 fr. à 810 fr.; on demande à quel taux on a placé son argent en achetant des actions du Comptoir d'escompte à chacun de ces deux prix.

651. Pour former le dividende à payer aux actions, le Comptoir prélève, sur ses bénéfices, 4 pour 100 de la valeur nominale des actions, et y ajoute les $\frac{3}{4}$ du surplus (le quatrième quart étant destiné à former sa réserve). On demande quel a été le bénéfice du Comptoir en 1852.

652. En janvier 1857, la valeur des actions du Comptoir d'escompte s'est élevée à 720 fr. Quels doivent être les bénéfices du Comptoir dans le cours de cette année, pour qu'en achetant des actions à ce prix, on retire 5 pour 100 de son argent.

653. Si le bénéfice du Comptoir s'élevait annuellement à 2000000 fr., quel devrait être le prix des ac-

tions pour que l'acheteur retirât $4\frac{1}{2}$ pour 100 de son argent?

654. Un propriétaire, qui possédait 75 actions du Comptoir d'escompte, les a vendues au commencement de 1854 à 580 fr. pour acheter 15 actions de la Banque de France à 2840 fr. Dans le courant de l'année, les dividendes payés par action ont été de 36 fr. pour le Comptoir d'escompte, et de 194 fr. pour la Banque. On demande ce que le propriétaire se trouve avoir gagné au bout de l'année à cette opération, et quel a été son bénéfice pour 100.

655. Actions et obligations du Crédit foncier. — Les actions du Crédit foncier, au nombre de 60000, ont une valeur nominale de 500 fr.; mais la moitié seulement a été payée. Quel est, d'après cela, le capital réel de la Société?

656. Ces actions donnent droit à un dividende qui a été de 30 fr. en 1854. Dans cette même année, la valeur réelle des actions a varié de 440 fr. à 660 fr. On demande à quel taux on a placé son argent en achetant des actions à l'un ou à l'autre de ces deux prix.

657. Pour former le dividende, la Société prélève sur ses bénéfices nets 5 pour 100 de la valeur nominale des actions, et y ajoute les $\frac{4}{5}$ du surplus (le dernier 5e étant destiné à former sa réserve). On demande, d'après cela, quel a été le bénéfice net de la Société en 1854, et son bénéfice pour 100.

658. Pour satisfaire aux prêts sur hypothèque qui sont l'objet principal des opérations de la Société, elle

a été autorisée par ses statuts à émettre des *obligations*, réparties sous 200000 numéros, de telle sorte que chaque numéro répond ou à une obligation de 1000 fr., ou à 2 obligations de 500 fr., ou à 10 obligations de 100 fr. Ces obligations donnent droit à un intérêt annuel de 3 pour 100 et à une prime de 20 pour 100 au moment du remboursement, lequel s'effectue par voie de tirage au sort, et doit être effectué au plus tard en 50 années. Cependant la Société a consenti à convertir cette prime de 20 pour 100 en une augmentation d'intérêt de 1 pour 100, pour la plupart des obligations de 500 fr. et de 100 fr.

Un capitaliste a acheté, au prix de 925 fr. chacune, 18 obligations de 1000 fr.; au prix de 395 fr. chacune, 30 obligations de 500 fr. donnant droit à un intérêt de 3 pour 100, et dont 7 ont été désignées par le sort pour être remboursées; au prix de 440 fr. chacune, 25 obligations de 500 fr. donnant droit à un intérêt de 4 pour 100; au prix de 85 fr. chacune, 43 obligations de 100 fr. donnant droit à un intérêt de 3 pour 100, et dont 15 ont été désignées par le sort pour être remboursées; enfin, au prix de 90 fr. chacune, 51 obligations de 100 fr. donnant droit à un intérêt de 4 pour 100. On demande ce que ce capitaliste a gagné au bout de l'année, et à quel taux moyen il a placé son argent.

659. Actions du Crédit mobilier. — Ces actions, au nombre de 120000, ont une valeur nominale de 500 fr. Elles donnent droit à un dividende qui a été de 59 fr. en 1854. Une personne qui a acheté des ac-

tions à cette époque calcule qu'elle a placé ainsi son argent à 9,65 pour 100 ; à quel prix a-t-elle acheté ces actions ?

660. Pour former le dividende à payer aux actionnaires, la Société prélève sur ses bénéfices nets 5 pour 100 du capital nominal des actions, et elle y ajoute les $\frac{9}{10}$ du reste, après en avoir préalablement retranché 5 pour 100 des bénéfices nets eux-mêmes. Quel a été, d'après cela, le bénéfice net de la Société 1854 ?

661. A la fin de janvier 1857, les actions du Crédit mobilier étaient montées à 1360 fr.; le 4 $\frac{1}{2}$ pour 100 était, à la même époque, à 94f,10 ; quel bénéfice la Société du Crédit mobilier aurait-elle dû faire dans le courant de l'année pour qu'en achetant des actions on se fût trouvé avoir placé son argent au même taux qu'en achetant de la rente 4 $\frac{1}{2}$ pour 100 ?

662. Actions industrielles. — Les actions du *Chemin de fer du Nord* ont une valeur nominale de 400 fr. ; mais elles sont cotées beaucoup plus haut. A la fin de janvier 1857, on a acheté de ces actions à 935 fr.; quel devra être le dividende annuel*, pour que l'argent ainsi placé rapporte le même intérêt que le 3 pour 100 acheté le même jour à 67,50 ?

663. Un spéculateur achète fin courant 75 actions du *Chemin de fer du Nord* à 925 fr., et les revend immédiatement pour la même époque à 930 fr. On de-

* C'est-à-dire la somme des intérêts et du dividende proprement dit.

mande quel est son bénéfice, et à quel taux il a placé son argent.

(Dans les marchés à terme, on n'opère que sur des multiples de 25 actions.)

664. Les actions du *Chemin de fer de Paris à Rouen*, au nombre de 72000, ont une valeur nominale de 500 fr. En 1854, les recettes de la Compagnie se sont élevées à 11815330f,32, et ses dépenses à 6466826f,50. De plus, la somme répartie aux actionnaires a surpassé de 40 fr. par action l'intérêt à 5 pour 100 du capital nominal. On demande quel a été l'excédant des bénéfices destiné à former un fond d'amortissement.

665. Une personne, qui a acheté 90 actions du *Chemin de fer de Paris à Rouen* au commencement de 1854, calcule que cette année-là son argent lui a rapporté 7 pour 100; quelle somme avait-elle déboursée, et combien a-t-elle payé chaque action?

666. Un spéculateur achète fin courant 150 actions du *Chemin de fer de Rouen* à 1065 fr. On demande, abstraction faite du courtage, quel devra être le cours des actions de cette ligne au moment de la liquidation pour que le spéculateur réalise un bénéfice de 1875 fr.

667. Un spéculateur achète fin courant 125 actions du *Chemin de fer d'Orléans* (dont la valeur nominale est de 500 fr.) à 1365 fr., dont 10 fr. (voir le § 3). On demande quelles sont ses chances, abstraction faite du courtage.

668. Un spéculateur vend ferme 175 actions du

Chemin de fer de Lyon, fin courant, à $1352^{f},50$, et en rachète la même quantité pour la même époque à 1360 fr. dont 10 fr. On demande d'analyser ses chances, abstraction faite des courtages.

669. Un spéculateur achète fin courant 200 actions du *Chemin de fer de l'Est*, à $822^{f},50$ dont 10 fr., et les revend pour la même époque à 810 fr. dont 20 fr. On demande d'analyser ses chances, sans avoir égard aux courtages.

670. Les actions de la Compagnie d'assurance *le Phœnix* ont une valeur nominale de 1000 fr. Dans les 10 années comprises de 1845 à 1854, les plus hauts et les plus bas cours des actions, ainsi que les dividendes répartis aux actionnaires, ont été conformes au tableau suivant :

Années.	Plus haut cours.	Plus bas cours.	Dividendes.
1845	3750 francs.	3300 francs.	160 francs.
1846	3300	2575	$65^{f},50$
1847	2600	2300	130
1848	2350	1200	140
1849	2100	1500	145
1850	2175	2050	165
1851	2500	2100	225
1852	3500	3000	170
1853	3400	3200	200
1854	3100	2900	220

En prenant pour base la moyenne entre le plus haut et le plus bas cours de chaque année, on demande quelle a été celle qui a offert le placement le plus avantageux, et quel a été le taux du placement cette année-là.

671. Un capitaliste a acheté, au commencement de 1852, 60 actions de la *Compagnie française pour l'éclairage au gaz*, au prix de 860 fr. chacune (leur valeur nominale est de 500 fr.), et il les a revendues au commencement de 1855 au prix 1050 fr. chacune, après avoir touché chaque année 75 fr. de dividende par action. On demande quel a été son bénéfice, et à quel cours il aurait fallu acheter du 3 pour 100 pour obtenir de son argent le même intérêt.

672. Les actions des *Houillères et forges de l'Aveyron*, dont la valeur nominale est de 3000 fr., étaient cotées 3800 fr. en 1854, et ont rapporté cette année-là 400 fr. de dividende. Au commencement de 1857, les mêmes actions étaient cotées 4000 fr. On demande quel dividende ce cours suppose, et à quel cours il faudrait acheter du 4 $\frac{1}{2}$ pour 100 pour obtenir de son argent le même intérêt.

673. Un capitaliste a acheté, au commencement de 1841, des actions de la Société des mines et fonderies de zinc de la *Vieille Montagne*, au prix de 1350 fr. chacune, il les a revendues au commencement de 1853 à raison de 6900 fr. chacune, après avoir touché pendant ces 12 années, en intérêts et dividendes, 2290 fr. par action. On demande quel a été son bénéfice, et quel dividende la Banque de France devrait donner à ses actionnaires pour que ses actions, achetées au pair, c'est-à-dire à 1000 fr., produisissent le même intérêt proportionnel.

674. Fonds étrangers. — Les *obligations métal-*

liques d'Autriche sont des obligations de 1000 florins au porteur, rapportant 5 pour 100 d'intérêt. (Il y a d'autres coupures, mais elles sont peu connues en France.) La cote de la Bourse indique en florins le prix de 5 florins de rentes, ou le prix d'une obligation nominale de 100 florins.

Les métalliques étant à 88 $\frac{5}{8}$, on demande quel devrait être le cours du $4\frac{1}{2}$ pour 100 français pour produire un intérêt proportionnel.

675. Un spéculateur a acheté 25 obligations métalliques d'Autriche à 88 $\frac{5}{8}$; 3 mois après, il les revend à 89 $\frac{3}{8}$ pour acheter du 3 pour 100 français à 67,50, qu'il revend, 3 mois après, à 68,10. On demande quel a été son bénéfice, et à quel taux il a placé son argent. (Le florin est compté pour 2f,60.)

676. Les *fonds Romains* consistent en obligations d'une valeur nominale de 1000 fr., rapportant 5 pour 100 d'intérêt; pour ces fonds, la cote de la Bourse indique le prix de 5 fr. de rentes, c'est-à-dire le dixième du prix d'une obligation.

On vend 3600 fr. de rentes 3 pour 100 à 70,50 pour acheter des fonds romains à 89; combien aura-t-on d'obligations, et quelle rente annuelle représenteront-elles?

677. Dans les *fonds Espagnols*, on distingue principalement le 3 pour 100 *intérieur* et le 3 pour 100 *extérieur*, c'est-à-dire se rapportant à la dette intérieure ou à la dette extérieure.

Les premiers titres sont de 50, 150, 300, 1200 ou

2400 piastres fortes (de $5^{f},40$ chacune). La cote de la Bourse indique en piastres le prix de 5 piastres de rentes.

Le cours du 3 pour 100 intérieur étant à 41, on demande ce que vaut en monnaies françaises une somme de titres exprimant 7550 piastres de rentes.

678. Les titres du 3 pour 100 extérieur sont de 200, 400, 800, 1200, 2400 et 4800 piastres fortes ; ils se cotent de la même manière que ceux du 3 pour 100 intérieur.

Un capitaliste possède un titre de 4800 piastres, 2 de 800 piastres et 7 de 200 piastres ; il voudrait convertir ses titres de 3 pour 100 extérieur en titres de 3 pour 100 intérieur ; les premiers étant à 37 et les derniers à 41, on demande combien il aura de titres de 50 piastres (3 pour 100 intérieur).

679. Un capitaliste avait 13 titres de 50 piastres de rentes 3 pour 100 espagnol intérieur, et 7 titres de 200 piastres de rentes 3 pour 100 extérieur. Il a vendu les premiers titres à 42, les seconds à $36\frac{1}{2}$; avec le produit, augmenté de 8 fr., il a acheté 20 actions de la Banque de France, et 69 fr. de rentes 3 pour 100 françaises à 68. On demande quel était à ce moment le cours des actions de la Banque.

680. Les *fonds Napolitains* qui se négocient à la Bourse consistent en certificats, au porteur, de 25 ducats de rentes. Le ducat est évalué $4^{f},40$. La cote de la Bourse donne en ducats le prix de 5 ducats de rentes.

On demande s'il vaut mieux, abstraction faite des risques, acheter des fonds napolitains à 110, ou du $4\frac{1}{2}$ pour 100 français à 94.

681. Les fonds napolitains étant à 108, un capitaliste qui possède 10 certificats de 25 ducats de rentes, les vend pour acheter des titres espagnols de 50 piastres de rentes (3 pour 100 intérieur) au cours de 40; combien aura-t-il de ces titres?

682. Les *fonds Grecs* le plus souvent cotés à la Bourse sont des obligations de 40 livres sterlings (au change fixe de 25f,60 par livre) rapportant 5 pour 100 d'intérêt. La cote de la Bourse indique en livres sterlings le prix de 5 livres sterlings de rentes.

Les fonds grecs étant à 92, on demande ce que coûteraient, en francs, 30 obligations de 40 livres sterlings.

683. On a vendu 1080 fr. de rentes $4\frac{1}{2}$ pour 100 à 96 pour acheter 10 obligations grecques; à quel cours les a-t-on achetées?

684. Les *fonds Turcs* consistent en obligations de 1250 fr., 2500 fr., 5000 fr. et 10000 fr. rapportant 6 pour 100 d'intérêt. La cote de la Bourse indique en francs le prix de 6 fr. de rentes dans ce mode de placement.

Les fonds turcs étant à 91, que vaut une obligation de 2500 fr.?

685. Les obligations turques ont été émises en 1854 à 20 pour 100 au-dessous de leur valeur nomi-

nale. Une personne qui a acheté 10 obligations de 2500 fr. au moment de leur émission, les revend, en 1857, au cours de 91 ; on demande quel a été son bénéfice total et à quel taux elle a placé son argent.

686. Les *fonds Russes* qui se négocient à la Bourse de Paris consistent en obligations de 100, 500 et 1000 livres sterlings (au change fixe de 25^f,50) rapportant $4\frac{1}{2}$ pour 100 d'intérêt. La cote de la Bourse indique en livres sterlings le prix de $4\frac{1}{2}$ livres sterlings de rentes.

Le cours étant à 94, quelle est, en francs, la valeur d'une obligation de 500 livres sterlings?

687. Dans les négociations relatives aux fonds russes, la livre sterling est évaluée, comme on vient de le dire, à 25^f,50; mais pour le payement des intérêts et du capital des obligations, la valeur de la livre sterling suit le change.

Un capitaliste, porteur de 20 obligations russes de 500 liv. st., en touchant un semestre de ses rentes, remarque qu'il a perdu 74^f,25 sur la totalité; quel était, ce jour-là, le change de la livre sterling?

688. Les *fonds Hollandais* négociés à la Bourse de Paris consistent en *certificats*, dont la valeur nominale est de 4000 fr., et qui rapportent $2\frac{1}{2}$ pour 100 d'intérêts. La cote de la Bourse exprime en francs le prix de 2^f,50 de rentes.

Le $2\frac{1}{2}$ hollandais étant à $64\frac{1}{4}$, quelle est la valeur d'un certificat, et à quel taux place-t-on son argent en achetant des fonds hollandais à ce cours?

689. Les *fonds Piémontais* négociés à la Bourse de Paris consistent en obligations dont la valeur nominale est de 1000 fr., et qui rapportent soit 50 fr., soit 30 fr. d'intérêt, suivant qu'il s'agit du 5 pour 100 ou du 3 pour 100. La cote de la Bourse indique le prix de 5 fr. de rentes ou de 3 fr. de rentes.

Le 26 janvier 1857, le 5 pour 100 piémontais était à 91 et le 3 pour 100 à 55; quel est celui des deux cours qui offrait le placement le plus avantageux?

690. Les *fonds publics Anglais* consistent en inscriptions de rentes analogues aux rentes françaises. Ils ne figurent pas sur la cote officielle de la Bourse de Paris; mais la cote de la Bourse de Londres est constamment consultée par les spéculateurs français, à cause de l'influence qu'elle ne peut manquer d'avoir sur les valeurs qui se négocient en France.

Les fonds anglais dont le cours est le plus important à connaître sont les 3 pour 100 consolidés. Ils se cotent comme les fonds français, mais les fractions sont exprimées en huitièmes.

Le 28 janvier 1857, les consolidés anglais étaient à $93\frac{3}{8}$. La livre sterling valant alors $25^{f},17\frac{1}{2}$, on demande ce que valait en francs un titre de 600 liv. st. de rentes?

691. La cote des consolidés anglais se trouvant, à un certain jour, la même que celle du $4\frac{1}{2}$ pour 100 français, on remarque qu'on gagnerait $1\frac{2}{3}$ pour 100 à acheter du $4\frac{1}{2}$. On demande quelle est ce jour-là la cote commune au $4\frac{1}{2}$ et aux consolidés.

692*. Les *fonds Belges*, qui figurent sur la cote officielle de la Bourse de Paris, consistent en rentes à divers taux : à 5 pour 100, à $4\frac{1}{2}$ pour 100, à 3 pour 100, à $2\frac{1}{2}$ pour 100. Ces rentes donnent lieu aux mêmes problèmes que les rentes françaises. Nous nous bornerons au suivant :

Un capitaliste, porteur de 5000 fr. de rentes 5 pour 100, et de 4000 fr. de rentes 3 pour 100, aurait pu tirer 194000 fr. de ses titres en les vendant à un jour donné; mais, ayant tardé de quelques jours, il se trouve que, dans l'intervalle, le 5 pour 100 a baissé de 2 fr. et le 3 pour 100 de 1f,50, en sorte qu'il est obligé, pour se procurer la même somme, de vendre en outre 190 fr. de rentes 5 pour 100, et 12 fr. de rentes 3 pour 100.

On demande quel était le cours de chacune des deux espèces de rentes au jour considéré.

CHAPITRE V.

PROBLÈMES SUR LES INTÉRÊTS COMPOSÉS ET SUR LES QUESTIONS QUI S'Y RAPPORTENT.

§ 1. Des intérêts composés.

693. On sait qu'une somme est dite placée à *intérêts composés* lorsque, chaque année, le capital s'accroît des intérêts produits pendant l'année précédente.

Que deviendrait, au bout de 3 ans, une somme de 10000 fr. placée à 5 pour 100 et à intérêts composés ?

694. Que deviendrait, au bout de 7 ans, une somme de 12500 fr. placée à $4\frac{1}{2}$ pour 100 et à intérêts composés ?

695*. Donner la formule qui exprime le capital définitif A en fonction du capital primitif a, du taux t de l'intérêt, et du nombre d'années n qui exprime la durée du placement.

696. Calculer avec 6 décimales les capitaux définitifs produits par un capital primitif de 1 franc, placé à intérêts composés pendant 1 an, 2 ans, 3 ans, etc., jusqu'à 21 ans, le taux de l'intérêt étant 3, $3\frac{1}{2}$, 4, $4\frac{1}{2}$, 5, $5\frac{1}{2}$, ou 6 pour 100.

697. Résoudre à l'aide de la table calculée au numéro précédent le problème du nº **694**.

698. Quelle est la somme qui, placée pendant 9 ans à 5 pour 100, et à intérêts composés, produirait un capital de 45000 fr. ?

699. Pendant combien d'années faut-il qu'une somme de 24000 fr. reste placée, à 4 ½ pour 100 et à intérêts composés, pour produire un capital de 389484f,70 ?

700. A quel taux faut-il placer une somme de 18000 fr. pendant 5 ans et à intérêts composés pour produire un capital de 23525f,28 ?

701. Lorsque la durée du placement se compose d'un certain nombre entier d'années augmenté d'une fraction, il faut supposer que le capital primitif a été placé à intérêts composés pendant le nombre entier d'années, et que le capital produit est resté placé à intérêts simples pendant la fraction d'année restante.

Que deviendrait, au bout de 7 ans et 5 mois, une somme de 12500 fr. placée à 4 ½ pour 100 et à intérêts composés ?

702*. Donner la formule des intérêts composés dans le cas où la durée du placement se compose d'un nombre entier n d'années, augmenté d'une fraction d'année représentée par k.

703*. Quelle est la somme qu'il faut placer actuellement à 5 pour 100 et à intérêts composés pour produire au bout de 5 ans et 3 mois un capital de 120000 fr. ?

704*. Pendant combien de temps faut-il qu'une

somme de 25000 fr. reste placée à 4 pour 100 et à intérêts composés pour produire un capital de 40000 fr. ?

705*. Quel temps faut-il pour doubler un capital placé à intérêts composés : 1° au taux de 4 pour 100; 2° au taux de $4\frac{1}{2}$ pour 100; 3° au taux de 5 pour 100?

706*. Une somme de 10000 fr., placée à intérêts composés pendant 8 ans et 7 mois, a produit un capital de 14594f,30 ; quel était le taux de l'intérêt?

707*. On demande au bout de combien d'années une somme de 8400 fr., placée à $4\frac{1}{2}$ pour 100 et à intérêts composés produirait le même capital définitif qu'une somme de 8360 fr. placée pendant le même temps à intérêts composés, mais à 5 pour 100.

708*. Au bout de combien d'années une somme de 60000 fr., placée à 4 pour 100 et à intérêts composés, produirait-elle le même capital définitif qu'une somme 50000 fr. placée pendant le même temps à intérêts composés, mais à 5 pour 100?

709*. Une somme de 20000 fr. est restée placée pendant 12 ans à 5 pour 100 et à intérêts composés; à quel taux faudrait-il placer, à intérêts composés, une somme de 18000 fr., pour produire au bout du même temps le même capital définitif?

710*. Une somme est restée placée pendant 10 ans à $4\frac{1}{2}$ pour 100 et à intérêts composés; à quel taux eût-il fallu qu'elle fût placée à intérêts simples pour pro-

duire au bout du même temps le même capital définitif?

711*. Une somme est restée placée pendant un certain temps à 4 pour 100 et à intérêts composés; et l'on remarque que si elle eût été placée pendant le même temps à 5 pour 100 et à intérêts simples, le capital définitif eût été le même. On demande la durée du placement.

712*. Une somme de 40000 fr., placée pendant 2 ans à intérêts composés, a produit 81 fr. de plus que si elle eût été placée pendant le même temps à intérêts simples; on demande le taux de l'intérêt.

713*. Une somme, placée pendant 3 ans à intérêts composés, aurait produit le même capital si elle eût été placée à intérêts simples pendant 3 ans 1 mois et 25 jours. Quel était le taux de l'intérêt?

714*. On a placé à intérêts composés : 1° une somme de 30000 fr. pendant 7 ans; 2° une somme de 20000 fr. pendant 14 ans: et la somme des capitaux définitifs a été 77864f,75. On demande quel était le taux de l'intérêt.

715*. Deux sommes, l'une de 25000 fr., l'autre de 50000 fr., ont été placées à 5 pour 100 et à intérêts composés, et ont produit ensemble un capital définitif de 111901f,20; la première étant restée placée 2 fois plus de temps que la seconde, on demande la durée du placement de chacune d'elles.

716*. Deux sommes, l'une de 12000 fr., l'autre de

15000 fr., ont été placées à 3 pour 100 et à intérêts composés; la seconde est restée placée 3 ans de plus que la première, et a produit un capital définitif supérieur de 5562f,25 à celui qu'a produit la première. On demande la durée du placement de chacune d'elles.

717*. Une somme de 60000 fr. a été placée à intérêts composés pendant un certain nombre d'années. Si elle était restée placée un an de moins, le capital définitif eût été inférieur de 3996f,12; si, au contraire, elle était restée placée un an de plus, le capital définitif eût été supérieur de 4156f,02. On demande quel était le taux de l'intérêt, et quelle a été la durée du placement.

718*. On a deux sommes, l'une de 24000 fr., l'autre de 36000 fr., à placer pendant 10 ans à deux taux différents et à intérêts composés. Si l'on place la plus petite somme au taux le plus élevé et la plus grande au taux le plus bas, on obtiendra un capital définitif total de 87474f,45. Si, au contraire, on place la plus petite somme au taux le plus bas et la plus grande au taux le plus élevé, on gagnera 3419f,73 à cette combinaison. A quel taux les deux sommes doivent-elles être placées?

719*. Une somme a été placée pendant 13 ans à intérêts composés. Si le taux eût été moins élevé d'une demi-unité, le capital définitif eût été 221524f,20; si, au contraire, le taux eût été plus élevé d'une demi-unité, le capital définitif eût été 250722 fr. On

demande quelle était la somme placée, et quel était le taux de l'intérêt.

720. Dans certaines circonstances, les intérêts, au lieu de se capitaliser par années, se capitalisent par semestre; c'est-à-dire qu'à la fin de chaque semestre le capital augmente des intérêts produits pendant le semestre précédent.

Quel serait, dans ces conditions, le capital définitif produit par une somme de 12500 fr. placée pendant 7 ans, au taux annuel de $4\frac{1}{2}$ pour 100?

721*. Donner la formule qui exprime le capital définitif A en fonction du capital primitif a, du taux t de l'intérêt et du nombre n de semestres composant la durée du placement, les intérêts étant capitalisés par semestres.

722*. On demande de comparer les capitaux définitifs produits par une somme a, placée pendant n années au taux t et à intérêts composés, suivant que ces intérêts se capitalisent par années ou par semestres.

723*. Une somme a été placée pendant 13 ans à intérêts composés; et l'on remarque que le capital définitif aurait augmenté d'un demi-centième de sa valeur si les intérêts eussent été capitalisés par semestres au lieu de l'être par années. On demande quel était le taux de l'intérêt.

724*. Une somme a été placée pendant un certain temps à intérêts composés, en capitalisant les intérêts

par semestres ; à quel taux eût-il fallu placer la même somme pendant le même temps pour obtenir le même capital définitif, si les intérêts avaient été capitalisés par années ?

Appliquer la formule obtenue au cas où le taux de l'intérêt, relatif à la première hypothèse, serait 4 pour 100.

725*. Une somme de 20000 fr., placée à 4 pour 100 pendant un certain nombre d'années, en capitalisant les intérêts par semestres, a produit le même capital définitif qu'une somme de 20131f,17 placée au même taux, pendant le même temps, en capitalisant les intérêts par années. On demande la durée du placement.

§ 2. Des annuités et de l'amortissement.

726. Il arrive souvent que, pendant un certain nombre d'années, on place annuellement une même somme au même taux et à intérêts composés. Les capitaux définitifs produits par chacun de ces placements forment alors une progression géométrique, et leur somme peut être obtenue sans qu'il soit nécessaire de calculer séparément chacun d'eux.

Pendant 8 ans, on a placé chaque année une somme 2000 fr. à $4\frac{1}{2}$ pour 100 et à intérêts composés ; on demande quel sera le capital définitif total produit au bout de la treizième année, à partir du premier placement.

727*. On demande de vérifier le calcul précédent au moyen de la table du n° 696.

728*. Pendant n années consécutives, on place annuellement une somme a au taux t et à intérêts-composés ; on demande quel sera le capital définitif total A produit au bout de la $m^{ième}$ année, à partir du premier placement.

729*. Quelle somme faut-il placer annuellement, pendant 10 années consécutives, à 5 pour 100 et à intérêts composés, pour produire, au bout de 15 ans, à partir du premier placement, un capital définitif total de 34000 fr. ?

730*. On a souvent besoin de rapporter le capital définitif total à l'époque même du dernier placement, qui, alors, ne fournit point d'intérêts. On demande d'établir la formule générale relative à ce cas.

731*. On a placé, pendant 17 années consécutives, une somme annuelle de 800 fr., à 4 pour 100 et à intérêts composés ; quel était le capital définitif total au moment du dernier placement ?

732*. Quelle somme annuelle faut-il placer à $4\frac{1}{2}$ pour 100 et à intérêts composés, à dater de la naissance d'un enfant, pour lui constituer, à l'âge de 21 ans, le capital nécessaire à l'achat au pair de 3000 fr. de rentes $4\frac{1}{2}$ pour 100 ?

733*. Pendant combien d'années consécutives faut-il placer une somme annuelle de 500 fr. à 3 pour 100 et à intérêts composés, pour former, au moment du dernier placement, un capital définitif total de 30000 fr. ?

734*. Une personne a placé, pendant 12 années consécutives, une somme annuelle de 3600 fr. à intérêts composés ; et, au moment du dernier placement, son capital s'élevait ainsi à 57301f,63. On demande quel était le taux de l'intérêt.

735*. Lorsque l'on a fait un emprunt, et que l'on s'acquitte de sa dette par des payements égaux effectués d'année en année, l'opération prend le nom d'*amortissement;* et la somme payée annuellement est ce que l'on nomme une *annuité.*

Pour traiter les questions d'annuités ou d'amortissement, il faut bien remarquer que celui qui emprunte, et qui ne peut s'acquitter qu'au bout d'un certain temps, doit non-seulement la somme empruntée, mais encore les intérêts de cette somme et les intérêts de ces intérêts; en d'autres termes, il doit le capital définitif que cette somme aurait produit si elle eût été placée à intérêts composés depuis le jour de l'emprunt jusqu'au jour du payement intégral.

On demande, d'après cela, d'établir la formule générale qui lie l'annuité avec la somme empruntée, avec le taux de l'intérêt et avec le nombre d'années employé à l'acquittement de la dette.

736*. Une compagnie qui emprunte 800000 fr. pour une entreprise industrielle, veut amortir sa dette en 20 années; le taux de l'intérêt étant 5 pour 100, quel devra être le montant de l'annuité ?

737*. Une personne s'est acquittée d'une dette au moyen de 10 annuités de 421f,50 chacune; les intérêts

étant calculés à $4\frac{1}{2}$ pour 100, on demande quel était le montant de la dette?

738*. Une compagnie veut emprunter 450000 fr., et s'acquitter au moyen d'un certain nombre d'annuités de 30000 fr. chacune au plus; les intérêts étant calculés à 6 pour 100, quel sera le nombre des annuités, et par suite la valeur exacte de chacune d'elles?

739*. Une personne a amorti une dette de 10000 fr. au moyen de 6 annuités de 1907f,62 chacune; quel était le taux de l'intérêt?

740*. Si l'on a amorti une dette de 10000 fr. au moyen de 6 annuités de 1907f,62 chacune; quelle annuité faudrait-il payer pendant le même temps pour amortir une dette de 84600 fr., le taux de l'intérêt étant supposé le même?

741*. Nous avons supposé, dans les numéros précédents, que la première annuité était payable un an après la date de l'emprunt; il pourrait en être autrement.

Une compagnie emprunte 300000 fr., et s'engage à opérer le remboursement de cette somme en 10 annuités, dont la première ne sera payable que 5 ans après la date de l'emprunt; quel devra être le montant de l'annuité, les intérêts étant calculés à 5 pour 100?

742*. Une compagnie a remboursé un emprunt de 480000 fr. au moyen d'un certain nombre d'annuités de 121190f,50 chacune; et il s'est écoulé le même nombre d'années entre le payement de la première et

de la dernière, qu'entre le payement de la première et la date de l'emprunt; on demande combien il y a eu d'annuités, sachant que les intérêts étaient calculés à $4\frac{1}{2}$ pour 100?

743*. Dans la plupart des États Européens qui ont eu recours à l'emprunt, le gouvernement affecte chaque année à l'amortissement de la dette publique une fraction déterminée et fixe du capital nominal de cette dette. Les sommes affectées à ce service sont déposées dans une caisse particulière appelée *Caisse d'amortissement*, où elles produisent, au bout d'un certain temps, en s'augmentant de leurs intérêts composés, le capital nécessaire à l'extinction de la dette. La somme annuelle déposée par le gouvernement dans la Caisse d'amortissement est ce que l'on appelle la *dotation* de cette caisse.

Si la dotation est, comme cela arrive le plus souvent, le centième du capital nominal de la dette, on demande en combien d'années la dette sera éteinte, selon que les intérêts seront calculés à 5 pour 100, à $4\frac{1}{2}$ pour 100, à 4 pour 100 ou à 3 pour 100.

Mais, dans la solution de cette question, il faut bien remarquer que l'État servant les intérêts de la dette, ne doit réellement que le capital emprunté.

744*. Dans quelques États, le gouvernement n'affecte à l'amortissement de la dette publique que $\frac{1}{2}$ pour 100 du capital nominal de cette dette; en calculant les intérêts à 5 pour 100, quel temps faudrait-il pour amortir entièrement la dette, ou pour la réduire à moitié, au tiers ou au quart?

745*. Ordinairement, les fonds destinés à l'amortissement de la dette publique sont employés à racheter une certaine quantité de rentes, lorsque le cours est au-dessous du pair; les rentes ainsi rachetées sont ensuite annulées.

En supposant qu'il ne s'agisse que de rentes 5 pour 100, et que l'État affecte toujours au rachat de ces rentes 1 centième de leur valeur nominale, quel temps faudrait-il pour éteindre la dette si toutes ces rentes pouvaient être rachetées au cours uniforme de 90?

746*. A quel cours uniforme faudrait-il que le rachat se fît, pour que la dette dont il est question au numéro précédent fût amortie en 33 ans? (On suppose toujours la somme affectée à l'amortissement égale au centième du capital nominal de la rente à racheter.)

747*. Mais le rachat ne peut s'opérer à un cours uniforme. Voici le tableau des rentes françaises qui ont été rachetées depuis le 1er juin 1816 jusqu'au 31 décembre 1848 (il n'y a plus eu de rachat depuis cette époque), avec le cours moyen auquel le rachat s'est effectué chaque année.

TABLEAU DES RENTES RACHETÉES.

ANNÉES.	5 pour 100.	Cours moyen.	4 ½ pour 100.	Cours moyen.	4 pour 100.	Cours moyen.	3 pour 100.	Cours moyen.
	fr.	fr. c.	fr.	fr. c.	fr.	fr. c.	fr.	fr. c.
1816	1782765	57,33	»	»	»	»	»	»
1817	3322114	64,85	»	»	»	»	»	»
1818	3675642	70,51	»	»	»	»	»	»
1819	4854776	69,10	»	»	»	»	»	»
1820	4871085	75,53	»	»	»	»	»	»
1821	4541262	85,44	»	»	»	»	»	»
1822	4496321	89,89	»	»	»	»	»	»
1823	4368056	86,81	»	»	»	»	»	»
1824	3864222	100,83	»	»	»	»	»	»
1825	1823864	103,07	»	»	»	»	2135622	77,51
1826	»	»	»	»	»	»	3508701	66,64
1827	»	»	»	»	»	»	3303540	70,41
1828	»	»	5527	99,18	»	»	3242483	71,60
1829	»	»	»	»	»	»	2907829	79,97
1830	868142	93,58	6004	94,04	141447	94,21	2369198	78,00
1831	3156807	89,54	24204	82,54	87093	74,64	1312787	59,88
1832	3213555	97,10	26811	89,37	83654	81,47	1096132	68,22
1833	232367	100,71	49309	99,92	155593	92,76	2030588	77,72
1834	»	»	15226	100,22	52557	92,97	668664	71,16
1835	»	»	4730	100,95	51861	98,10	671690	79,82
1836	»	»	»	»	28435	99,52	693566	80,26
1837	»	»	1465	100,62	45374	99,91	727948	79,44
1838	»	»	»	»	630	101,25	745816	80,51
1839	»	»	»	»	»	»	775885	80,22
1840	»	»	5090	98,50	31336	95,46	806354	80,27
1841	»	»	»	»	80371	99,08	861980	78,04
1842	»	»	»	»	6876	102,61	948237	79,88
1843	»	»	»	»	»	»	968692	81,19
1844	»	»	»	»	»	»	986505	82,69
1845	»	»	»	»	»	»	1090194	84,18
1846	»	»	»	»	»	»	1144584	83,25
1847	»	»	»	»	42534	100,25	1280163	77,26
1848	»	»	»	»	74204	59,84	1178625	51,12

On demande : 1° à quel cours moyen chaque espèce de rentes a été rachetée;

2° Quel temps il aurait fallu pour amortir la portion de la dette publique correspondante à chaque espèce de rentes, si le rachat avait pu s'effectuer au cours moyen ci-dessus. (On suppose toujours que

l'État affecte à l'amortissement le centième du capital nominal de la dette.)

748 *. Le tableau du n° **747** contient, entre autres éléments, les quantités de rentes 3 pour 100 qui ont été rachetées pendant la période de 24 ans, comprise de 1825 à 1848, et le cours moyen par année d'après lequel le rachat s'est effectué. Il est facile d'en déduire, pour chaque année, le prix de rachat et le taux réel de l'intérêt.

Les sommes consacrées ainsi annuellement au rachat des rentes 3 pour 100 peuvent être considérées comme des annuités de valeurs inégales, dont les intérêts se composent entre les mains des créanciers de l'État, suivant un taux variable d'année en année. On demande de calculer, dans cette hypothèse, le capital définitif produit par ces annuités.

749 *. Quel eût été ce capital définitif, si l'État eût consacré, chaque année, au rachat des rentes 3 pour 100 la moyenne des sommes qu'il y a réellement affectées, et si le rachat se fût effectué au cours moyen de 74,56 obtenu au n° **747**?

750 *. La dette publique en France comprenait, au 1er janvier 1854, savoir :

156017282	francs de rentes	—	$4\frac{1}{2}$	pour 100.
2363326	—		4	pour 100.
64305634	—		3	pour 100.

Quelles sommes l'État eût-il dû consacrer annuellement au rachat de ces rentes pour éteindre sa dette en

40 ans, si le rachat avait pu s'effectuer constamment au pair.

751*. Dans quelques États, l'amortissement s'opère par voie de remboursement au pair; dans ce cas le sort désigne chaque année quels seront les titres remboursés.

Ainsi l'emprunt russe de 1849 se compose d'obligations, portant intérêt à $4 \frac{1}{2}$ pour 100, et remboursables au pair, par la voie du sort. L'État consacre à l'amortissement 2 pour 100 du capital nominal de ces obligations.

On demande 1° en combien d'années la dette sera complétement amortie; 2° quelle est la portion de cette dette amortie depuis 1849 jusqu'à 1857, à l'époque anniversaire de la date de l'emprunt.

752*. Dans d'autres États, l'amortissement s'effectue par voie de rachat quand les fonds publics sont au-dessous du pair, et par voie de remboursement au pair quand les fonds atteignent le pair ou le dépassent.

Un État a contracté un emprunt de 60000000 fr., divisé en obligations de 1000 fr. rapportant chacune un intérêt annuel de 50 fr. Cet État consacre à l'amortissement 1 pour 100 du capital emprunté.

On suppose qu'un tiers de la dotation soit employé en remboursements au pair, et les deux autres tiers en rachats au-dessous du pair. A quel cours moyen ces rachats devraient-ils être opérés pour que la dette fût amortie en 36 ans?

753 *. On a dit au n° **720** que, dans certaines circonstances, les intérêts, au lieu de se capitaliser par années, se capitalisent par semestre. Quel serait, dans cette hypothèse, l'expression du capital définitif produit au bout de n années par une annuité a, l'intérêt de 1 fr. étant r?

754 *. Quel serait le capital définitif produit en 50 ans par une annuité de 1 fr. (soit 0f,50 par semestre), au taux de 4 ½ pour 100, les intérêts se capitalisant par semestre.

755 *. On demande de former le tableau des annuités à payer pour produire un capital définitif de 100 fr., au bout de 20 ans, de 21 ans, de 22 ans, et ainsi de suite jusqu'à 50 ans, les intérêts se capitalisant par semestre, et le taux annuel étant 4 ½ pour 100. (Ce tableau sera utile pour la solution de quelques-uns des problèmes qui suivent.)

756 *. Quelle annuité faut-il payer pour produire au bout de 50 ans un capital définitif de 100 fr., les intérêts étant calculés au taux de 3,70 pour 100, et se capitalisant par semestre. (Le résultat demandé sera également utile dans ce qui va suivre.)

§ 3. Du crédit foncier.

757 *. La Société du *Crédit foncier de France* sert d'intermédiaire entre les propriétaires fonciers qui ont besoin de capitaux, et les capitalistes qui ont des fonds à placer.

Elle prête sur première hypothèque, et pour un temps qui peut varier de 20 ans à 50 ans, moyennant une annuité totale qui se compose :

1° Des intérêts à $4\frac{1}{4}$ pour 100 du capital emprunté;

2° De 60 centimes par 100 fr. pour frais d'administration ;

3° De l'annuité nécessaire pour amortir le capital emprunté au bout du temps fixé par l'acte de prêt, les intérêts se capitalisant par semestre. (En faisant la somme de ces trois parties pour un prêt de 100 fr., on complète les centimes.)

Un cultivateur emprunte 10000 fr. pour 50 ans ; quelle annuité totale devra-t-il servir, et combien aura-t-il à payer par semestre ?

758 * Quelle annuité un propriétaire aura-t-il à payer s'il emprunte 24000 fr. pour 30 ans ?

759 *. On emprunte 18600 fr. pour 21 ans; qu'aura-t-on à payer par semestre ?

760 *. Un cultivateur paye chaque semestre au Crédit foncier la somme de 610f,85, et n'aura acquitté sa dette qu'en 45 ans ; quelle somme avait-il empruntée ?

761 *. Un propriétaire a emprunté une somme de 32750 fr.; et, pour s'acquitter, il paye chaque semestre à la Société du Crédit foncier la somme de 980f,27 ; on demande pour combien de temps l'emprunt a été fait.

762 *. Deux propriétaires, qui ont emprunté l'un

pour 26 ans et l'autre pour 48 ans, payent la même annuité. La somme empruntée par le dernier est de 10000 fr.; quelle est la somme empruntée par le premier?

763 *. Un propriétaire, qui a emprunté une certaine somme pour 47 ans, remarque qu'il aurait eu à payer 16f,23 de moins par année, s'il eût emprunté la même somme pour 48 ans. On demande quelle est la somme empruntée.

764 *. Un propriétaire, qui a emprunté 50000 fr., remarque que s'il avait prolongé de 7 ans la durée du prêt, il aurait eu 221f,45 de moins à payer chaque année. On demande quelle est la durée du prêt et quel est le montant de l'annuité.

765 *. Lorsque la durée du prêt est de 50 ans, la Société du Crédit foncier offre au choix de l'emprunteur une autre combinaison par suite de laquelle le remboursement annuel, ou l'annuité, n'est que de 5 fr. pour un prêt de 100 fr. Les intérêts sont alors calculés à 3,70 pour 100.

(On verra plus loin à quel point de vue il peut être avantageux pour l'emprunteur de choisir la première combinaison, dans laquelle l'annuité est de 5f,45.)

On demande à combien s'élèvent, dans l'hypothèse dont il s'agit, les frais d'administration pour un prêt de 100 fr.

766 *. Un propriétaire veut emprunter 32000 fr. pour 50 ans, d'après le mode dans lequel les intérêts sont calculés à 3,70 pour 100; combien aura-t-il à

payer par semestre; et pour combien, dans la somme qu'il payera, figureront les intérêts et l'amortissement?

767 *. L'emprunteur a la faculté de se libérer avant le temps fixé par l'acte de prêt. La somme qu'il doit payer s'obtient en calculant la portion du capital déjà amortie et en la retranchant du capital lui-même. Mais la Société du Crédit foncier prend en outre un droit proportionnel sur ce qui reste, pour s'indemniser en partie des frais d'administration qu'elle perd par cette libération anticipée. Ce droit est de 3 pour 100 quand les intérêts sont calculés à $4\frac{1}{4}$ pour 100.

Un cultivateur qui a emprunté 20000 fr. pour 50 ans, veut se libérer au bout de 36 ans; on demande ce qu'il aura à payer.

768 *. Que devra payer un propriétaire qui a emprunté 60000 fr. pour 40 ans, s'il veut se libérer au bout de 25 ans?

769 *. Un cultivateur, qui a emprunté une certaine somme pour 30 ans, calcule qu'il aurait à payer 10083f,84 s'il voulait se libérer au bout de 11 ans; on demande quelle est la somme empruntée.

770 *. Un propriétaire, qui a emprunté 250000 fr. pour 38 ans, calcule que, s'il veut se libérer à une ceraine époque, il aura à payer 164662f,54. On demande au bout de combien d'années il compte pouvoir se libérer ainsi.

771 *. Une personne, qui a emprunté 12000 fr.,

calcule que si elle voulait se libérer au bout de 8 ans, elle aurait à payer une somme de 10020f,1032. On demande quelle est la durée du prêt.

772 *. Lorsqu'il s'agit d'un prêt de 50 ans, et que les intérêts sont calculés à 3,70 pour 100 (**765**), le remboursement anticipé s'opère d'une manière différente. Le droit proportionnel de 3 pour 100 que, dans la combinaison dont il a été question jusqu'ici, l'emprunteur est tenu de payer à la Société du Crédit foncier sur la portion du capital non encore amortie, est ici réduit à 2 pour 100. Mais, pour se couvrir de ses déboursés, la Société retient en outre une prime qui se calcule de la manière suivante : on prend le 5e du capital non encore amorti, et sur ce 5e on retranche autant de fois $1\frac{1}{2}$ pour 100 qu'il y a eu de versements annuels effectués par l'emprunteur.

On demande quelle fraction du capital non amorti la Société aurait ainsi à faire payer en totalité à l'emprunteur en sus de ce capital, s'il voulait se libérer au bout de 20 ans.

773 *. Dans l'hypothèse d'un prêt de 50 ans, les intérêts étant calculés à 3,70 pour 100, on demande d'exprimer d'une manière générale la fraction du capital non encore amorti que l'emprunteur aura à payer en sus de ce capital, s'il veut se libérer au bout de n années, à partir de la date de l'emprunt.

774 *. Un cultivateur a emprunté 20000 fr. pour 50 ans, au taux de 3,70 pour 100; on demande ce qu'il aura à payer s'il veut se libérer au bout de 36 ans.

On comparera le résultat obtenu à celui du no **767**.

775 *. Un cultivateur veut emprunter une certaine somme pour 50 ans ; mais il espère se libérer au bout de 16 ans ; quel est le mode d'emprunt dans lequel la somme à payer au moment de la libération sera la moindre, le mode dans lequel les intérêts sont calculés à 4,25 pour 100, ou celui où ils sont calculés à 3,70 ?

776 *. Mais lorsque l'on veut comparer complétement les deux modes d'emprunt, au point de vue de la libération anticipée, il ne suffit pas de comparer les sommes que l'emprunteur devra payer, dans ces deux modes, au moment où il voudra se libérer; il faut tenir compte des sommes qu'il a déjà versées à la Société du Crédit foncier, et de leurs intérêts composés par semestre et calculés au taux de 3 pour 100, qui représente le taux ordinaire du bénéfice obtenu dans l'exploitation des propriétés foncières.

On demande de compléter de cette manière la comparaison indiquée au numéro précédent.

777 *. On demande de faire la même comparaison, dans l'hypothèse où l'emprunteur voudrait se libérer 1° au bout de 17 ans, 2° au bout de 18 ans; et d'en tirer une conséquence quant au choix du mode d'emprunt.

778 *. Un cultivateur veut emprunter 40000 fr. pour 50 ans; mais il espère se libérer au bout de 25 ans. Quel mode d'emprunt devra-t-il choisir; et qu'aura-t-il à payer au moment où il se libérera ?

779 *. Un propriétaire qui veut emprunter une

certaine somme pour 50 ans, calcule que s'il voulait se libérer au bout de 30 ans, il aurait 8044f,92 de plus à payer dans le second mode d'emprunt que dans le premier. On demande la somme qu'il se propose d'emprunter.

780 *. L'emprunteur peut aussi se libérer partiellement, et il en résulte une diminution dans le chiffre de son annuité.

Pour ne pas introduire dans la comptabilité une complication inutile, la Société n'admet la libération partielle que pour un multiple de 100 fr. En se libérant ainsi, l'emprunteur doit payer en outre l'indemnité de 3 pour 100 dans le premier mode d'emprunt, ou l'indemnité de 2 pour 100 et la prime (**772**) dans le second mode.

Pour chaque somme de 100 fr. dont il se libère, son annuité doit être diminuée de celle qu'il aurait eu à payer, s'il eût emprunté 100 fr. pour le temps qui reste à s'écouler jusqu'au terme de l'acte de prêt.

Un cultivateur qui a emprunté 15000 fr. pour 40 ans, veut se libérer de 3000 fr. au bout de 18 ans; on demande ce qu'il aura à payer, et de combien son annuité sera réduite.

781*. Un propriétaire qui a emprunté 200000 fr. pour 50 ans, d'après le second mode (dans lequel les intérêts sont calculés à 3,70 pour 100), veut se libérer de 40000 fr. au bout de 25 ans; qu'aura-t-il à payer, et de combien son annuité sera-t-elle réduite?

782*. Un propriétaire qui a emprunté 60000 fr. pour 40 ans, voudrait savoir ce qu'il aurait à payer pour se libérer du quart de cette somme au bout de 15 ans, et des trois autres quarts au bout de 28 ans. On demande de faire ce calcul, et d'indiquer la réduction que l'annuité devra subir à partir de la 16e année.

783*. Un cultivateur, qui a emprunté 30000 fr. pour 50 ans, au taux de 3,70 pour 100, espère pouvoir se libérer de 6000 fr. au bout de 10 ans, de 10000 autres francs au bout de 20 ans, et du reste au bout de 30 ans. Qu'aura-t-il à payer à chacune de ces trois époques; et quelles seront les réductions successives de l'annuité?

784. En même temps que la Société du Crédit foncier prête aux conditions qui ont été indiquées dans les numéros précédents, ses statuts l'obligent à devenir emprunteur à son tour pour une somme précisément égale.

A cet effet, elle émet des *obligations foncières* de 1000 fr., au porteur, qui peuvent être divisées en dixièmes. Ces obligations donnent droit à un intérêt annuel de 3 pour 100, et sont remboursables par voie de tirage au sort, au plus tard au bout de 50 ans, et avec une prime de 20 pour 100.

On demande à quel taux réel le porteur d'une obligation foncière aura placé son argent, si cette obligation est remboursée : 1° au bout de 10 ans; 2° au bout de 20 ans; 3° au bout de 30 ans; 4° au bout de 40 ans; 5° au bout de 50 ans.

785*. Pour éteindre sa dette vis-à-vis des porteurs d'obligations foncières, la Société du Crédit foncier affecte à l'amortissement une partie de sa recette, dont elle compose les intérêts par semestre au taux annuel de 2f,50 pour 100. On demande la somme annuelle qu'elle doit appliquer à l'amortissement pour éteindre en 50 ans un dixième d'obligation et la prime de 20 pour 100 dont il a été question ci-dessus.

786. On vient de voir qu'à chaque prêt de 100 fr. correspond, pour la Société du Crédit foncier, un emprunt de la même somme, ou l'émission d'un dixième d'obligation foncière. Si l'on cherche ce que lui rapporte l'un et ce que lui coûte l'autre, on trouve que la Société fait un minime bénéfice, sur lequel elle doit encore prendre les fonds nécessaires pour payer les *lots* qu'elle accorde aux premiers numéros sortants lors du tirage des obligations.

On demande de calculer ce bénéfice dans l'hypothèse d'un prêt pour 50 ans au taux de 3f,70 pour 100.

787*. Il résulte de la comparaison qu'on vient de faire que, tant que l'emprunteur paye son annuité, la Société se trouve entièrement couverte. Mais il n'en est plus de même quand l'emprunteur se libère par anticipation. En effet, dès qu'un emprunt de 100 fr. est remboursé, la Société est obligée par ses statuts de rembourser un dixième d'obligation ; l'emprunteur cessant de servir les intérêts pour la somme qu'il rembourse, il est nécessaire qu'il ajoute à cette somme

20 pour 100 pour tenir compte de la prime que la Société doit payer au porteur de l'obligation.

Mais l'amortissement s'effectuant au taux de 3,70 pour 100 pour l'emprunt, tandis qu'il s'effectue au taux de 2,50 pour 100 pour l'obligation, les sommes qui restent dues de part et d'autre sur un prêt de 100 fr. ou sur un dixième d'obligation, au bout d'un même nombre d'années, ne sont pas les mêmes. On demande de comparer ces restes au bout de 10 ans, de 20 ans, de 30 ans et de 40 ans.

788. C'est pour tenir compte de ces différences que, sur les 20 pour 100 du reste à payer par l'emprunteur dans le cas d'une libération anticipée, la Société remet autant de fois $1\frac{1}{2}$ pour 100 qu'il y a eu de versements effectués (**772**).

On demande de comparer cette remise aux différences obtenues dans le numéro précédent.

789. La Société du Crédit foncier aurait-elle pu, sans perte, porter la remise dont il s'agit à 2 pour 100 par versements au lieu de $1\frac{1}{2}$?

790*. On a vu, au nº **786**, que la Société du Crédit foncier fait sur les prêts pour 50 ans, au taux de 3,70 pour 100, un léger bénéfice (dont une partie est applicable aux services des *lots*). Quand il s'agit d'un prêt au taux de $4\frac{1}{2}$ pour 100 pour un temps moindre que 50 années, le bénéfice doit être calculé d'une autre manière. Supposons, pour fixer les idées, qu'il s'agisse d'un prêt pour 20 ans; on calculera d'abord l'annuité payée par l'emprunteur, et l'on en retranchera le dé-

boursé annuel de la Société pour service des intérêts de l'obligation, amortissement du capital et de la prime, et frais d'administration. On cherchera ensuite ce que la différence peut produire à 2,50 pour 100 et à intérêts composés par semestre, entre les mains de la Société, non-seulement pendant les 20 années du prêt, mais encore pendant les 30 années qui suivent, usqu'au terme fixé pour le remboursement de l'obligation. En retranchant du résultat les déboursés de la Société pendant ces 30 années, on obtiendra son bénéfice relatif à une durée totale de 50 ans, et il sera facile d'en déduire son bénéfice annuel.

On demande de faire ces calculs : 1° pour un prêt de 20 ans; 2° pour un prêt de 40 ans.

791*. L'emprunteur qui veut se libérer par anticipation, soit en totalité soit en partie, peut payer en obligations foncières au lieu de payer en argent. Ces obligations, dont le cours est variable, sont reçues *au pair* par la Société du Crédit foncier. Leur achat sur la place donne lieu à un courtage de $\frac{1}{8}$, ou 0,125 pour 100.

Un cultivateur qui a emprunté 35000 fr. pour 40 ans, veut se libérer entièrement au bout de 15 ans; si, à cette époque, le cours des obligations foncières est 995 fr., combien aura-t-il à débourser ?

792*. Lorsque l'emprunt a été contracté pour 50 ans, au taux de 3,70 pour 100, l'emprunteur, en se libérant par anticipation, est dispensé de la prime d'un cinquième s'il paye en obligations foncières; car toute obligation qui rentre ainsi est immédia-

tement annulée, et la Société n'a plus de prime à servir.

Un propriétaire qui a emprunté 250000 fr. pour 50 ans au taux de 3,70 pour 100, prévoit la possibilité de se libérer au bout de 20 ans. Quel devrait être le cours des obligations foncières à cette époque pour qu'il trouvât un avantage total de 4000 fr. au moins à payer en obligations foncières?

CHAPITRE VI.

PROBLÈMES SUR LA POPULATION, LES TABLES DE MORTALITÉ, ET LES ÉTABLISSEMENTS DE PRÉVOYANCE.

§ 1. Problèmes sur la population.

793. D'après le recensement de 1856, la population de la ville de Paris, en y comprenant la partie flottante, était de 1174346 habitants, répartis sur une superficie de 34,24 kilomètres carrés. On demande sa *population spécifique*, c'est-à-dire le nombre moyen des habitants par kilomètre carré.

794. En 1856, il y a eu à Paris 37768 naissances et 29950 décès. On demande quelle a été l'augmentation de la population dans cette année, et le rapport de cette augmentation à la population fixe, évaluée à 1000000 d'habitants.

795. La population totale de l'arrondissement de Saint-Denis était, en 1856, de 356034 habitants, et celle de l'arrondissement de Sceaux, de 197039 habitants. On a vu, au n° **793**, quelle était la population totale de l'arrondissement formé par Paris. On demande la population spécifique du département de la Seine, sachant que les arrondissements de Saint-Denis et de Sceaux réunis ont une superficie de 441,26 kilomètres carrés.

796. Le recensement de 1856 a donné les résultats suivants :

Départements.	Population.	Superficie en kilom. carrés.
Ain,	370919	5798,97
Aisne,	555539	7352,00
Allier,	352241	7308,37
Alpes (Basses-),	149670	6954,19
Alpes (Hautes-),	129556	5589,61
Ardèche,	385835	5526,65
Ardennes,	322138	5232,89
Ariége,	251318	4893,87
Aube,	261673	6001,39
Aude,	282833	6313,24
Aveyron,	393890	8743,33
Bouches-du-Rhône,	473365	5104,87
Calvados.	478397	5520,72
Cantal,	247665	5741,47
Charente,	378721	5942,38
Charente-Inférieure,	474828	6825,69
Cher,	314844	7199,34
Corrèze,	314982	5866,09
Corse,	240183	8747,41
Côte-d'Or,	385131	8761,16
Côtes-du-Nord,	621573	6885,62
Creuse,	278889	5568,30
Dordogne,	504651	9182,56
Doubs,	286888	5227,55
Drôme,	324760	6521,55
Eure,	404665	5957,65
Eure-et-Loir,	291074	5874,30
Finistère,	606552	6721,12
Gard,	419697	5835,56
Garonne (Haute-),	481247	6289,88
Gers,	304497	6280,31
Gironde,	640757	9740,32.

Départements.	Population.	Superficie en kilom. carrés.
Hérault,	400424	6198,00
Ille-et-Vilaine,	580898	6725,83
Indre,	273479	6795,30
Indre-et-Loire,	318442	6113,70
Isère,	576637	8289,34
Jura,	296701	4994,01
Landes,	309832	9321,31
Loir-et-Cher,	264043	6350,92
Loire,	505260	4759,62
Loire (Haute-),	300994	4962,25
Loire-Inférieure,	555996	6874,56
Loiret,	345115	6771,19
Lot,	293733	5221,74
Lot-et-Garonne,	340041	5353,96
Lozère,	140819	5169,73
Maine-et-Loire,	524387	7120,93
Manche,	595202	5928,38
Marne,	372050	8180,44
Marne (Haute-),	256512	6219,68
Mayenne,	373841	5170,63
Meurthe,	424373	6090,04
Meuse,	305727	6227,87
Morbihan,	473932	6797,81
Moselle,	451152	5368,89
Nièvre,	326086	6816,56
Nord,	1212353	5680,87
Oise,	396085	5855,06
Orne,	430127	6097,29
Pas-de-Calais,	712846	6605,63
Puy-de-Dôme,	590062	7950,51
Pyrénées (Basses-),	436442	7622,66
Pyrénées (Hautes-),	245856	4529,45
Pyrénées orientales,	183056	4122,11
Rhin (Bas-),	563855	4553,45
Rhin (Haut-),	499442	4107,71

Départements.	Population.	Superficie en kilom. carrés.
Rhône,	625991	2790,39
Saône (Haute-),	312397	5339,92
Saône-et-Loire,	575018	8551,74
Sarthe,	467193	6206,68
Seine,	1727419	475,50
Seine-et-Marne,	341382	5736,35
Seine-et-Oise,	484179	5603,65
Seine-Inférieure,	769450	6033,29
Sèvres (Deux-),	327846	5999,88
Somme,	566619	6161,20
Tarn,	354832	5742,16
Tarn-et-Garonne,	234782	3720,16
Var,	371820	7226,10
Vaucluse,	268994	3547,71
Vendée,	389683	6703,50
Vienne,	322585	6970,37
Vienne (Haute-),	319787	5516,58
Vosges,	405708	6079,96
Yonne,	368901	7428,04

On demande la population totale de la France, sa superficie, et sa population spécifique.

797. Quelle est la population moyenne d'un département, et quelle est sa superficie?

798. Quels sont les départements qui se rapprochent le plus de la moyenne 1° pour la population, 2° pour la superficie?

799. Quelle est la population spécifique de chacun des 86 départements; et quel est celui qui s'approche le plus de la population spécifique moyenne de la France?

800. Quel est le rapport de la population spécifique du département de la Seine à la population spécifique moyenne de la France?

801. Quel est le rapport de la population spécifique de la ville de Paris, 1° à celle du département de la Seine, 2° à celle de la France entière?

802. Le département des Basses-Alpes est celui dont la population spécifique est la plus petite; quelle serait sa population réelle si sa population spécifique devenait égale à celle de la France entière?

803. Pendant l'année 1853 il y a eu, dans le département du Nord, 37940 naissances et 28615 décès. Pendant la même année, il y a eu, dans le département du Calvados, 9608 naissances et 11358 décès. On demande dans quel rapport la population a augmenté pour l'un de ces départements et diminué pour l'autre, en prenant pour base le chiffre de la population indiqué par le recensement de 1856 (**796**).

804. Pendant la même année, la population du département de l'Orne n'a augmenté que de $\frac{1}{14832}$; quel a été l'excès des naissances sur les décès?

805. La population totale de la France, qui était de 35783059 habitants en 1851, s'est accrue de 154385 habitants en 1852; dans quel rapport a-t-elle augmenté?

806. En 1853, la population de la France s'est accrue d'environ $\frac{10}{2642}$; quel chiffre a-t-elle atteint de la sorte?

807. Dans les 38 années comprises de 1816 à 1854, la population de la France s'est accrue de la manière suivante :

Années.	Augmentation.	Années.	Augmentation.
1817	195902 hab.	1836	208120 hab.
1818	161948	1837	64648
1819	199863	1838	115277
1820	188227	1839	177140
1821	212144	1840	135832
1822	198634	1841	172167
1823	221286	1842	146744
1824	220546	1843	171672
1825	175974	1844	190798
1826	157533	1845	237332
1827	189071	1846	151975
1828	139402	1847	62555
1829	161074	1848	104590
1830	157994	1849	13458
1831	183948	1850	187319
1832	4453	1851	162458
1833	157435	1852	154385
1834	68662	1853	141371
1835	177420		

En 1854, au lieu d'une augmentation, il y a eu une diminution de population de 69318 habitants.

On demande de déduire de ce tableau la population de la France à la fin de 1816, l'accroissement moyen annuel de la population, et la population moyenne pendant ces 38 années.

808. Si, au lieu de supposer que la population ait augmenté en progression arithmétique, on supposait qu'elle se fût accrue en progression géométrique

de 1816 à 1856, quel devrait être le rapport de l'accroissement annuel à la population ?

809 *. Si la population de la France s'augmentait ainsi de $\frac{1}{230}$ par année, à quelle époque atteindrait-elle le double de ce qu'elle était en 1856 ?

810. Au 31 décembre 1840, la population de la Belgique était de 4066300 habitants; et en 10 ans elle s'est accrue de 259184 habitants. Si l'on suppose que la population ait varié en progression géométrique, quel est, dans ce pays, le rapport de l'accroissement annuel à la population ?

811. D'après les chiffres rapportés aux n^{os} **805** et **810**, en 1851 la population de la Belgique était comprise entre le 8e et le 9e de celle de la France. En supposant que, dans ces deux États, le rapport de l'accroissement annuel à la population demeure constant, on demande au bout de combien d'années, à partir de 1851, la population de la Belgique aura atteint le 7e de celle de la France.

812. On a calculé que la population des États-Unis doublait en 25 ans. En supposant que la population croisse en progression géométrique, quel est, dans ce pays, le rapport entre l'accroissement annuel et la population ?

813. On compte en Belgique 118 habitants par kilomètre carré. On demande de calculer approximativement sa superficie, en adoptant pour sa population le chiffre donné au n° **810** pour l'année 1851.

814. On demande quelle est approximativement la population de l'Angleterre, sachant que sa superficie est d'environ 200000 kilomètres carrés, et que le rapport de sa population spécifique à celle de la France est 1,1771.

815. Le rapport de la population spécifique de la France à celle de la partie habitable du globe terrestre est 4,5309. On demande d'après cela quelle est approximativement la population de la terre, sachant qu'un quart seulement de sa surface est habitable.

816. Dans les 10 années comprises de 1845 à 1854, le relevé des naissances en France a donné les résultats suivants :

Années.	Naissances.	Années.	Naissances.
1845	992033	1850	962972
1846	983473	1851	979907
1847	918581	1852	965080
1848	948748	1853	936967
1849	995466	1854	923461

En combinant ces données avec celles des n^os **807** et **805**, on demande d'en déduire, pour chacune de ces 10 années, le rapport des naissances à la population, et, par suite, la valeur moyenne de ce rapport.

817. Le relevé des décès en France, pendant la même période de temps, a donné les résultats qui suivent :

Années.	Décès.	Années.	Décès.
1845	754701	1850	775653
1846	831498	1851	817449
1847	856026	1852	810695
1848	844158	1853	795596
1849	982008	1854	992779

On demande le rapport des décès à la population pour chacune de ces 10 années, et la valeur moyenne de ce rapport.

818. Connaissant le rapport moyen des naissances et des décès à la population, on demande d'en déduire la valeur moyenne du rapport de l'accroissement annuel à la population.

819. Dans la période comprise de 1817 à 1854, le nombre annuel moyen des naissances masculines a été de 497557
et celui des naissances féminines de 469082
On demande d'exprimer approximativement, par les nombres les plus simples, le rapport des naissances des deux sexes.

820. En admettant que le rapport entre les naissances masculines et les naissances féminines soit constant et égal à celui des nombres 17 et 16; on demande combien, sur 1000000 de naissances des deux sexes, on doit compter de garçons et de filles.

821. Dans cette même période, comprise de 1817 à 1853, le nombre annuel moyen des décès masculins a été de. 410998
et celui des décès féminins de 405639

On demande d'exprimer approximativement, par les nombres les plus simples, le rapport des décès des deux sexes.

822. Combien devrait-on compter de décès de chaque sexe sur 1000000 de décès, si le rapport qu'on vient d'obtenir était constant?

823*. Si les rapports des naissances et des décès à la population étaient constants, ainsi que les rapports des naissances et des décès des deux sexes (**816**, **817**, **819**, **821**), quel devrait être, dans la population totale, le rapport entre les nombres d'habitants des deux sexes, pour que ce rapport pût se maintenir?

824. Quelles seraient, dans l'hypothèse du numéro précédent, les populations des deux sexes correspondantes à l'année 1856?

§ 2. Des tables de mortalité.

825. Si l'on conçoit qu'un nombre déterminé d'enfants, un million par exemple, naissent le même jour, et que l'on note exactement, à chaque anniversaire de leur naissance, le nombre de ceux qui sont morts dans l'année, et par suite le nombre de ceux qui survivent, jusqu'à ce qu'enfin ils aient entièrement disparu; puis, que l'on dresse un tableau dans lequel, en regard de chacun des âges qu'ils ont successivement atteints, on inscrive le nombre des survivants de cet âge, on aura ce que l'on appelle une *table de mortalité*.

Il existe plusieurs tables de ce genre, qui diffèrent notablement, en raison des documents divers qui ont été consultés pour les construire. Les plus fréquemment employées en France sont : la table de *Duvillard*, donnée par cet auteur en 1806, et la table de *Deparcieux*, qui date de 1746, mais qui a été récemment complétée pour les premiers âges. Cette seconde table donne une mortalité moins rapide et paraît se rapprocher davantage de l'état actuel de la population.

La table de Duvillard suppose un million d'enfants nés le même jour, ou du moins dans la même année ; la table de Deparcieux en suppose 1286.

LOI DE LA MORTALITÉ EN FRANCE

D'APRÈS DUVILLARD.

Ages.	Vivants.	Ages.	Vivants.	Ages.	Vivants.	Ages.	Vivants.
0	1000000	33	417744	66	156651	99	307
1	767525	34	410886	67	146882	100	207
2	671834	35	404012	68	137102	101	135
3	624668	36	397123	69	127347	102	84
4	598713	37	390219	70	117656	103	51
5	583151	38	383300	71	108070	104	29
6	573025	39	376363	72	98637	105	16
7	565838	40	369404	73	89404	106	8
8	560245	41	362419	74	80423	107	4
9	555486	42	355400	75	71745	108	2
10	551122	43	348342	76	63424	109	1
11	546888	44	341235	77	55511	110	0
12	542630	45	334072	78	48057	...	...
13	538255	46	326843	79	41107	...	...
14	533711	47	319539	80	34705	...	...
15	528969	48	312148	81	28886		
16	524020	49	304662	82	23680		
17	518863	50	297070	83	19106		
18	513502	51	289361	84	15175		
19	507949	52	281527	85	11886		
20	502216	53	273560	86	9224		
21	496317	54	265450	87	7165		
22	490267	55	257193	88	5670		
23	484083	56	248782	89	4686		
24	477777	57	240214	90	3830		
25	471366	58	231488	91	3093		
26	464863	59	222605	92	2466		
27	458282	60	213567	93	1938		
28	451635	61	204380	94	1499		
29	444932	62	195054	95	1140		
30	438183	63	185600	96	850		
31	431398	64	176035	97	621		
32	424583	65	166377	98	442		

LOI DE LA MORTALITÉ EN FRANCE

SUIVANT DEPARCIEUX.

Ages.	Vivants.	Ages.	Vivants.	Ages.	Vivants.	Ages.	Vivants.
0	1286	24	782	48	599	72	271
1	1071	25	774	49	590	73	251
2	1006	26	766	50	581	74	231
3	970	27	758	51	571	75	211
4	947	28	750	52	560	76	192
5	930	29	742	53	549	77	173
6	917	30	734	54	538	78	154
7	906	31	726	55	526	79	136
8	896	32	718	56	514	80	118
9	887	33	710	57	502	81	101
10	879	34	702	58	489	82	85
11	872	35	694	59	476	83	71
12	866	36	686	60	463	84	59
13	860	37	678	61	450	85	48
14	854	38	671	62	437	86	38
15	848	39	664	63	423	87	29
16	842	40	657	64	409	88	22
17	835	41	650	65	395	89	16
18	828	42	643	66	380	90	11
19	821	43	636	67	364	91	7
20	814	44	629	68	347	92	4
21	806	45	622	69	329	93	2
22	798	46	615	70	310	94	1
23	790	47	607	71	291	95	0

On demande combien, sur les 965080 enfants nés en France en 1852, il y en a qui parviendront vraisemblement à l'âge de 60 ans.

826 En considérant toujours les 965080 individus nés en France en 1852, on demande quel sera

l'âge des survivants lorsque leur nombre sera réduit à 400000.

827. Sur 630000 personnes âgées de 20 ans, on demande combien atteindront vraisemblablement l'âge de 55 ans.

828. On a calculé que, d'après la table de Deparcieux, sur la population de 21 ans en France en 1856, 441061 individus seulement atteindront vraisemblablement l'âge de 45 ans. De combien d'individus se compose la population dont il s'agit?

829. D'après la table de mortalité dont on fait usage en Belgique, sur 1000 individus nés le même jour, 340 atteignent l'âge de 60 ans. Cette mortalité est-elle plus ou moins rapide que celle qui est indiquée par la table de Deparcieux?

830. D'après la loi de la mortalité dans la ville de *Carlisle*, sur 10000 individus nés le même jour, 3643 atteignent l'âge de 60 ans. Cette mortalité est-elle plus ou moins rapide qu'en France (suivant Deparcieux)?

831. On demande de comparer les tables de Duvillard et de Deparcieux pour les âges de 10 ans, 20 ans, 30 ans, 40 ans, 50 ans, 60 ans, 70 ans, 80 ans et 90 ans.

832. On demande à quel âge, suivant Deparcieux, le nombre des survivants est réduit aux $\frac{3}{4}$, aux $\frac{2}{3}$, à la moitié, au tiers ou au quart.

833. A quel âge les survivants seront-ils réduits à

la moitié, au tiers ou au quart de ce qu'ils étaient à 20 ans?

834. La durée de la *vie probable*, pour un individu d'un certain âge, est le nombre d'années qu'il peut espérer vivre encore, selon les lois de la probabilité. Pour obtenir ce nombre, il faut chercher dans la table de mortalité le nombre des vivants pour l'âge de la personne qu'on a en vue, et en prendre la moitié; puis chercher à quel âge le nombre des vivants est réduit à cette moitié; cet âge, diminué de celui de la personne, donnera sa vie probable.

Ainsi, on a vu qu'à 20 ans le nombre des vivants est 814, dont la moitié, 407, tombe très-près de 64 ans; la vie probable pour une personne de 20 ans est donc 64 — 20 ou 44 ans. En effet, au bout de ce temps, le nombre des vivants de 20 ans étant réduit à moitié, il y a autant à parier pour l'hypothèse dont il s'agit, qu'il y aurait à parier pour l'hypothèse contraire.

On demande, d'après cela, quelle est la vie probable pour un enfant nouveau-né, pour un enfant de 10 ans, pour une personne de 30 ans, de 40 ans, de 50 ans, de 60 ans, de 70 ans et de 80 ans.

835*. De 6 ans à 64 ans, la vie probable à chaque âge est exprimée avec une approximation suffisante par la relation

$$y = 59 - \tfrac{3}{4}x,$$

dans laquelle x représente l'âge et y la vie probable.

Il est d'autant plus permis de se servir de cette for-

mule, dans l'intervalle que nous venons d'indiquer, que l'incertitude qui affecte les résultats inscrits dans les tables de mortalité elles-mêmes montre que les questions qui ont pour base l'emploi de ces tables ne sauraient comporter la rigueur mathématique.

On demande quel est, d'après la formule ci-dessus, l'âge auquel on est arrivé à la moitié de sa vie probable.

836*. On demande à quel âge on est parvenu aux $\frac{2}{3}$ de sa vie probable.

837. La probabilité, pour une personne d'un âge donné, d'atteindre un second âge déterminé, est le rapport entre le nombre des vivants de ce second âge et le nombre des vivants du premier. D'après la table de Deparcieux, sur 463 individus de 60 ans, 310 seulement atteignent 70 ans; et 153 sont morts dans l'intervalle. A 60 ans, on a donc 310 à parier contre 153 que l'on atteindra 70 ans; la probabilité de vivre 10 ans encore est donc le rapport des 310 chances favorables au nombre total des chances $310 + 153$ ou 463.

On demande, d'après cela, quelle est, pour une personne de 40 ans, la probabilité de vivre encore 10 ans, 15 ans, 20 ans ou 25 ans.

838. Quelle est, pour une personne de 20 ans, de 30 ans, de 40 ans, de 50 ans ou de 60 ans, la probabilité de vivre 20 ans encore?

839. D'après les règles du calcul des probabilités, lorsqu'un événement résulte de la coïncidence de deux événements simples, indépendants l'un de l'autre, la

probabilité de l'événement composé est le produit des probabilités des deux événements simples.

Deux industriels, âgés l'un de 31 ans, l'autre de 45, se sont associés pour une entreprise qui doit avoir 18 ans de durée. Quelle est la probabilité qu'ils seront encore vivants l'un et l'autre à cette époque ?

840. Un jeune homme de 33 ans épouse une jeune fille de 22 ans ; quelle est la probabilité, qu'arrivée à l'âge de 60 ans, la femme aura encore son mari ?

841. Quand on a la probabilité d'un événement, en la retranchant de l'unité on obtient la probabilité de l'événement contraire.

D'après cela, quelle serait, dans l'hypothèse du n° **839**, la probabilité que les deux associés meurent avant le terme fixé pour l'entreprise ?

842. Quelle est, dans l'hypothèse du n° **840**, la probabilité : 1° que le mari soit veuf avant l'âge de 71 ans ; 2° que la femme soit veuve avant l'âge de 60 ans ; 3° que les deux époux soient morts avant les 38 ans considérés ?

843. Lorsqu'une population, dans laquelle tous les individus décédés au même âge peuvent toujours être supposés réunis par groupes, est complétement éteinte, la somme des produits qu'on obtient en multipliant le nombre des individus de chaque groupe par le nombre d'années pendant lequel ils ont vécu, est ce qu'on peut appeler la *quantité d'existence* dépensée par cette population.

Lorsqu'on fait le calcul de cette quantité d'existence,

on suppose ordinairement les décès uniformément répartis dans le cours de l'année; et, pour plus de simplicité, on les rapporte tous au milieu de l'année correspondante.

Or on voit dans la table de Deparcieux que, sur 11 individus parvenus à l'âge de 90 ans, 7 seulement atteignent l'âge de 91 ans, 4 l'âge de 92 ans, 2 l'âge de 93 ans, 1 l'âge de 94 ans, aucun l'âge de 95 (sauf, bien entendu, des exceptions très-rares). On demande, d'après cela, de calculer la quantité d'existence dépensée, à partir de 90 ans, par ces 11 individus.

844. On demande de trouver de la même manière la quantité d'existence qu'auront dépensée, à l'époque de leur extinction totale, les 463 survivants de 60 ans, portés dans la table de Deparcieux.

845. Si l'on divise la quantité d'existence qu'ont à dépenser les survivants d'un certain âge par le nombre de ces survivants, on aura la quantité moyenne d'existence que chacun d'eux a à dépenser; c'est ce que l'on appelle la *vie moyenne* des individus de cet âge.

On demande la vie moyenne : 1° d'une personne de 90 ans; 2° d'une personne de 60 ans.

846. Quelle est la vie moyenne : 1° à l'époque de la naissance; 2° à l'âge de 4 ans; 3° à l'âge de 21 ans?

847 *. De 7 ans à 65 ans, la vie moyenne est représentée avec une approximation suffisante par la relation

$$y = 53,30 - 0,65\,x,$$

dans laquelle x désigne l'âge que l'on considère, et y la vie moyenne correspondante.

En comparant cette formule avec celle du n° **835**, on demande à quel âge la vie moyenne est égale à la vie probable.

848*. A quel âge la vie probable surpasse-t-elle la vie moyenne 1° de 5 ans; 2° de 4 ans; 3° de 3 ans; 4° de 2 ans; 5° de 1 an?

849*. A quel âge la vie moyenne est-elle les $\frac{11}{12}$ de la vie probable?

850. Concevons que, dans une population stationnaire, le nombre des naissances annuelles soit de 1286. Si toutes ces naissances avaient lieu le même jour, chaque année, la somme des nombres de survivants de chaque âge, inscrits dans la table de Deparcieux, exprimerait la population totale.

Mais les naissances, ainsi que les décès, devant être supposés uniformément répartis dans le cours de chaque année, le nombre des enfants de 0 à 1 an est la moyenne arithmétique entre le nombre des naissances et le nombre des survivants de 1 an; le nombre des individus de 1 à 2 ans est la moyenne arithmétique entre le nombre des survivants de 1 an et le nombre des survivants de 2 ans, et ainsi de suite. La somme de toutes ces moyennes forme la population totale.

On demande cette population totale.

851. On a vu, au n° **796**, que la population de la France en 1856 était de 36039364 habitants. En supposant que la table de Deparcieux exprime exactement

l'état de la population à cette époque, on demande quel était le nombre des individus de 20 à 21 ans.

852. Dans cette même année 1856, le nombre des jeunes gens inscrits sur les listes du recrutement était de 305500. On demande dans quel rapport étaient les populations masculines et féminines de l'âge de 20 à 21 ans?

853. Quel était, en 1856, le nombre des individus âgés de 54 à 55 ans?

854. Quelle était, en 1856, la *population majeure*, ou le nombre des individus âgés de 20 ans et plus?

855. Quel était, en 1856, la population masculine en état de porter les armes, c'est-à-dire la population masculine de 20 à 55 ans? (On supposera que les nombres exprimant la population de chaque âge se partagent également entre les deux sexes.)

856. Quelle était la *population majeure* de la ville de Paris en 1856, époque où sa population municipale était de 1130488 habitants?

857. Quelle était, en 1856, la population masculine en état de porter les armes, dans la ville de Lyon, dont la population communale était de 255960 habitants?

858. Les registres d'une commune constatent qu'en 1856 il y avait 247 jeunes gens appelés à satisfaire à la loi du recrutement; quelle était, à cette époque, la population de cette commune?

§ 3. Des rentes viagères.

859. On sait qu'une *rente viagère* est une somme payée annuellement à une personne jusqu'à l'époque de sa mort. Si l'on veut connaître le capital que représente une rente viagère, on peut employer les considérations suivantes.

Nous avons déjà dit que le produit d'un gain plus ou moins probable par la probabilité de l'obtenir constitue ce que l'on appelle l'*espérance mathématique* relative à ce gain; et l'on a vu, au nº **837**, que la probabilité, pour une personne de l'âge n d'atteindre l'âge n' est le rapport entre le nombre des vivants de l'âge n' et le nombre des vivants de l'âge n. Cela posé, soit V_n le nombre des vivants du même âge que la personne dont il s'agit; soit v_{n+1} le nombre des vivants d'un âge plus avancé d'une année, v_{n+2} celui des vivants d'un âge plus avancé de 2 années; et ainsi de suite, jusqu'à v_{n+k}, qui représentera le nombre des vivants de l'âge le plus avancé qui figure dans la table de mortalité. Soit A la rente viagère, a le capital que l'on cherche, et r l'intérêt annuel d'un franc.

La somme a qui doit être payée au bout d'une année, a pour valeur actuelle, d'après les règles des intérêts,

$$\frac{a}{1+r};$$

la probabilité, pour la personne dont il s'agit, de vivre encore un an est d'ailleurs

$$\frac{v_{n+1}}{v_n},$$

l'espérance mathématique correspondante a donc pour expression

$$\frac{a}{1+r} \cdot \frac{v_{n+1}}{v_n}.$$

La somme a qui doit être payée au bout de 2 années, a pour valeur actuelle

$$\frac{a}{(1+r)^2};$$

la probabilité, pour la personne qui doit la toucher, de vivre encore 2 ans, est d'ailleurs

$$\frac{v_{n+2}}{v_n};$$

l'espérance mathématique correspondante est donc exprimée par

$$\frac{a}{(1+r)^2} \cdot \frac{v_{n+2}}{v_n}.$$

On verra de même que l'espérance mathématique correspondante à la somme a qui doit être payée au bout de 3 ans est

$$\frac{a}{(1+r)^3} \cdot \frac{v_{n+3}}{v_n};$$

et ainsi de suite; jusqu'à l'espérance mathématique correspondante à la somme qui doit être payée dans k années, laquelle a pour expression

$$\frac{a}{(1+r)^k} \cdot \frac{v_{n+k}}{v_n}.$$

La somme des espérances mathématiques ainsi obtenues forme l'espérance totale, ou la valeur actuelle

de la rente viagère ; on doit donc avoir

$$C = \frac{a}{(1+r)} \cdot \frac{v_{n+1}}{v_n} + \frac{a}{(1+r)^2} \cdot \frac{v_{n+2}}{v_n} + \ldots + \frac{a}{(1+r)^k} \cdot \frac{v_{n+k}}{v_n}$$

ou

$$C = \frac{a}{v_n}\left[\frac{v_{n+1}}{(1+r)} + \frac{v_{n+2}}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{v_{n+k}}{(1+r)^k}\right],$$

ou bien

$$C = \frac{a}{v_n} \cdot S_n,$$

en désignant par S_n la quantité entre parenthèses.

On demande, d'après cela, quel capital représente une rente viagère de 1200 fr., sur la tête d'une personne âgée de 90 ans, les intérêts étant calculés à $4\frac{1}{2}$ pour 100.

860. La quantité $\frac{S_n}{v_n}$ qui figure dans la formule du numéro précédent, exprime la valeur actuelle d'une rente viagère de 1 fr. sur la tête d'une personne âgée de n années; nous la désignerons par A_n.

On demande de déterminer cette valeur, d'après la table de Deparcieux, pour tous les âges, depuis 21 ans jusqu'à 90 ; les intérêts étant supposés calculés à $4\frac{1}{2}$ pour 100.

861. De quel capital faut-il disposer, à l'âge de 30 ans, pour pouvoir s'en faire une rente viagère de 6000 fr. ? On suppose les intérêts à $4\frac{1}{2}$ pour 100 ; et l'on admet qu'il y ait, en sus du capital de la rente, un droit de 5 pour 100 à payer, pour frais de gestion de la compagnie à laquelle on s'adresse.

862. Une personne de 47 ans possède 35000 fr. de

capital; quelle rente pourra-t-elle se faire en plaçant son capital en viager? On tiendra compte du droit de 5 pour 100 à payer pour frais de gestion.

863. A quel âge peut-on doubler son revenu en plaçant son capital en viager? On suppose les intérêts à $4\frac{1}{2}$ pour 100 dans les deux modes de placement.

864. Une personne de 40 ans possède 2850 fr. de rentes 3 pour 100; elle les vend au cours de 66,30 pour placer le capital en viager. En tenant compte du courtage de $\frac{1}{8}$ pour 100 à payer en vendant les rentes 3 pour 100, et du droit de 5 pour 100 à payer en plaçant le capital, on demande de quelle rente viagère jouira la personne dont il s'agit.

865. Un propriétaire qui possède des fonds placés en rentes 3 pour 100, veut constituer une rente viagère de 2400 fr. sur la tête d'un parent âgé de 59 ans. Le cours du 3 pour 100 étant à 65,40, combien faudra-t-il qu'il vende de ces rentes pour disposer du capital nécessaire, en tenant compte du courtage et du droit de 5 pour 100?

866. Les compagnies qui s'occupent de rentes viagères, font ordinairement usage d'une table de mortalité plus lente que celle de Deparcieux. Voici l'une des tables les plus employées : elle est connue sous le nom de *table de Hubbard;* à côté des nombres de survivants de chaque âge, depuis 21 ans jusqu'à 90, on a inscrit les valeurs de la quantité $\frac{S_n}{v_n}$ ou A_n (**859**), pour le taux de $4\frac{1}{2}$ pour 100.

Ages.	Survivants.	Valeurs de A_n.	Ages.	Survivants.	Valeurs de A_n.
21	10000	17,107	56	6881	10,758
22	9910	17,040	57	6770	10,427
23	9827	16,960	58	6656	10,083
24	9748	16,868	59	6536	9,730
25	9672	16,767	60	6395	9,393
26	9598	16,657	61	6240	9,061
27	9524	16,543	62	6077	8,723
28	9447	16,431	63	5907	8,379
29	9371	16,312	64	5730	8,027
30	9290	16,196	65	5535	7,683
31	9207	16,077	66	5323	7,348
32	9124	15,954	67	5094	7,024
33	9041	15,826	68	4847	6,715
34	8960	15,689	69	4580	6,427
35	8881	15,540	70	4280	6,187
36	8805	15,381	71	3997	5,925
37	8731	15,211	72	3722	5,648
38	8660	15,027	73	3447	5,373
39	8591	14,830	74	3173	5,101
40	8531	14,608	75	2898	4,836
41	8473	14,370	76	2637	4,553
42	8412	14,127	77	2376	4,281
43	8346	13,881	78	2115	4,025
44	8271	13,638	79	1868	3,763
45	8177	13,417	80	1621	3,533
46	8069	13,209	81	1388	3,313
47	7952	13,007	82	1168	3,114
48	7830	12,804	83	976	2,895
49	7705	12,598	84	811	2,641
50	7580	12,382	85	660	2,392
51	7456	12,154	86	523	2,158
52	7335	11,911	87	399	1,955
53	7217	11,651	88	303	1,693
54	7102	11,374	89	220	1,433
55	6991	11,075	90	151	1,178

(On remarquera que cette table concorde avec celle du n° **860**, à partir de 71 ans).

On demande de déduire de cette table le capital

équivalant à une rente viagère de 100 fr., sur une tête de 30 ans, de 40 ans, de 50 ans, de 60 ans, de 70 ans, de 80 ans, et de 90 ans; et de comparer les résultats obtenus avec ceux que donne l'emploi de la table du n° **860**.

867. On peut comparer les deux tables d'une autre manière : en calculant, d'après chacune d'elles, la rente viagère produite par un capital de 100 fr. On demande de faire cette comparaison pour les âges de 30 ans, 40 ans, 50 ans, 60 ans, 70 ans, 80 ans et 90 ans.

868. Un employé place chaque année 120 fr., à intérêts composés, et au taux de $4\frac{1}{2}$ pour 100; et à 55 ans, il place son capital en viager. Quel sera le montant de cette rente viagère, si les placements ont eu lieu depuis l'âge de 25 ans?

On suppose que la compagnie qui se charge de servir la rente fasse usage de la table de Hubbard.

869. Quelle somme faut-il placer annuellement, à intérêts composés, et au taux de $4\frac{1}{2}$ pour 100, à partir de l'âge de 40 ans, pour disposer à 60 ans d'un capital qui, placé en viager, produise une rente de 3000 fr.

On suppose qu'on s'adresse pour cela à une compagnie qui fasse usage de la table de Deparcieux, et qui compte les intérêts à $4\frac{1}{2}$ pour 100.

870. Un employé a placé annuellement, à $4\frac{1}{2}$ pour 100, et à intérêts composés, savoir : 200 fr. à partir de l'âge de 25 ans, 300 fr. à partir de l'âge de

32 ans, 450 fr. à partir de l'âge de 39 ans, enfin 640 fr. à partir de l'âge de 47 ans. Arrivé à l'âge de 60 ans, il place son capital en viager; de quelle rente jouira-t-il le reste de sa vie?

On suppose que la compagnie à laquelle il s'adresse fasse usage de la table de Hubbard, et prenne un droit de 5 pour 100 au moment du placement en viager.

871. On appelle *rente viagère différée*, une rente qui ne doit commencer à être servie qu'un certain nombre d'années après l'époque du placement.

Supposons qu'une personne veuille jouir d'une rente viagère a, à partir de l'époque où elle sera âgée de n années. Soit $n-t$ le nombre qui exprime son âge actuel; les probabilités qu'elle aura d'atteindre les âges exprimés par $n+1$, $n+2$, etc..., jusqu'à $n+k$, que nous supposerons être le dernier âge inscrit dans la table de mortalité, seront représentées respectivement par

$$\frac{v_{n+1}}{v_{n-t}},\quad \frac{v_{n+2}}{v_{n-t}},\quad \text{etc...},\quad \frac{v_{n+k}}{v_{n-t}},$$

et les valeurs de l'espérance mathématique de toucher la somme a aux époques dont il s'agit, seront (voir le n° **859**)

$$\frac{a}{(1+r)^{t+1}}\cdot\frac{v_{n+1}}{v_{n-t}},\quad \frac{a}{(1+r)^{t+2}}\cdot\frac{v_{n+2}}{v_{n-t}},\quad \text{etc...},\quad \frac{a}{(1+r)^{t+k}}\cdot\frac{v_{n+k}}{v_{n-t}}.$$

Le capital qui représente la rente différée sera la somme de ces espérances; et, en le désignant par C, on pourra écrire :

$$C=\frac{a}{(1+r)^t.\,v_{n-t}}\cdot\left[\frac{v_{n+1}}{(1+r)}+\frac{v_{n+2}}{(1+r)^2}+\ldots+\frac{v_{n+k}}{(1+r)^k}\right]$$

ou

$$C = \frac{a}{(1+r)^t} \cdot \frac{S_n}{v_{n-t}} \text{ (859).}$$

On demande, d'après cela, quel capital une personne âgée de 45 ans devra placer actuellement pour jouir, à partir de l'âge de 60 ans, d'une rente viagère de 1800 fr.

On suppose que l'on se serve de la table de Deparcieux, et que le taux de l'intérêt soit $4\frac{1}{2}$ pour 100.

872. Une personne âgée de 37 ans place 50000 fr. actuellement, pour jouir à 55 ans d'une rente viagère. On demande quelle sera cette rente.

On suppose que l'on fasse usage de la table de Hubbard, et que les intérêts soient calculés à $4\frac{1}{2}$ pour 100.

873. Une rente viagère peut être *temporaire*, c'est-à-dire qu'il peut être convenu qu'elle ne sera servie que pendant un temps déterminé (en supposant, bien entendu, que la personne qui doit en jouir vivra un nombre d'années suffisant).

Une personne de 28 ans voudrait se faire une rente viagère temporaire de 2400 fr. jusqu'à l'âge de 50 ans; de quel capital doit-elle disposer pour cela?

Pour résoudre cette question, on remarquera que si au capital cherché on ajoutait celui qui est nécessaire pour constituer une rente viagère de 2400 fr. *différée* jusqu'à l'âge de 50 ans, la somme devrait donner le capital nécessaire pour constituer une rente viagère *immédiate* de 2400 fr.

On suppose qu'on fasse usage de la table de Deparcieux, et que le taux de l'intérêt soit $4\frac{1}{2}$ pour 100.

874. Une personne de 39 ans peut disposer d'un capital de 25000 fr., avec lequel elle voudrait se faire une rente viagère temporaire, jusqu'à l'âge de 55 ans; quel sera le montant de cette rente?

On suppose qu'on fasse usage de la table de Hubbard, et que le taux de l'intérêt soit $4\frac{1}{2}$ pour 100.

875. Une rente viagère différée, au lieu d'être constituée par le payement immédiat d'un capital, peut aussi être payée par annuités, lesquelles restent acquises à la compagnie dans le cas où la personne qui doit jouir de la rente viendrait à décéder avant l'époque fixée.

L'annuité qu'il faut payer dans ce cas est précisément égale à la rente temporaire dont on jouirait en versant *immédiatement* un capital égal à celui qui est nécessaire pour constituer la rente différée. Seulement, il faut bien remarquer que le payement de l'annuité commence une année plus tôt que la rente temporaire à laquelle on la compare, puisqu'elle devra être payée au commencement de la première année, tandis que la rente ne le serait qu'à la fin de cette année même.

On demande quelle annuité devrait payer une personne de 34 ans pour se constituer, à partir de 60 ans, une rente viagère de 3600 fr.

On supposera qu'on fasse usage de la table de Deparcieux, et que le taux de l'intérêt soit $4\frac{1}{2}$ pour 100.

876. Si l'employé dont il est question au n° **868**, au lieu de placer annuellement 120 fr. à intérêts composés chez un banquier ou de toute autre manière, les eût placés entre les mains de la compagnie même à laquelle il comptait s'adresser pour se constituer à 55 ans une rente viagère, on demande quelle eût été cette rente, les conditions du problème étant du reste les mêmes qu'au numéro cité.

877. Une rente viagère peut être constituée sur deux têtes; c'est-à-dire que, dans ce cas, la compagnie à laquelle on s'adresse s'engage à servir la rente tant que les deux personnes désignées sont vivantes.

Les rentes viagères sur deux têtes donnent lieu à des questions et à des calculs analogues à ceux qui précèdent; il n'y a de différence que dans l'évaluation des probabilités.

Soit n l'âge d'une des deux personnes considérées, et v_n le nombre des vivants de cet âge; soit de même m l'âge de la seconde personne et u_m le nombre des vivants de l'âge m.

Les probabilités, pour la première personne, de vivre encore 1 an, 2 ans, 3 ans, etc., sont exprimées respectivement par

$$\frac{v_{n+1}}{v_n}, \quad \frac{v_{n+2}}{v_n}, \quad \frac{v_{n+3}}{v_n}, \quad \text{etc...}$$

Les probabilités, pour la seconde personne, de vivre encore 1 an, 2 ans, 3 ans, etc., sont exprimées de même par

$$\frac{u_{m+1}}{u_m}, \quad \frac{u_{m+2}}{u_m}, \quad \frac{u_{m+3}}{u_m}, \quad \text{etc...}$$

D'après les règles du calcul des probabilités, si l'on multiplie ces fractions respectivement par les précédentes, les produits :

$$\frac{v_{n+1} . u_{m+1}}{v_n . u_m}, \quad \frac{v_{n+2} . u_{m+2}}{v_n . u_m}, \quad \frac{v_{n+3} . u_{m+3}}{v_n . u_m}, \quad \text{etc...}$$

exprimeront les probablités que les deux personnes dont il s'agit seront encore vivantes dans 1 an, 2 ans, 3 ans, etc.

En mettant ces probabilités à la place de

$$\frac{v_{n+1}}{v_n}, \quad \frac{v_{n+2}}{v_n}, \quad \frac{v_{n+3}}{v_n}, \quad \text{etc...}$$

dans la formule du n° 859, on obtiendra l'expression du capital C équivalent à une rente viagère a constituée sur deux têtes dont les âges sont n et m.

On trouvera ainsi :

$$C = \frac{a}{V_n . U_m} . \left[\frac{v_{n+1} . u_{m+1}}{(1+r)} + \frac{v_{n+2} . u_{m+2}}{(1+r)^2} + \frac{v_{n+3} . u_{m+3}}{(1+r)^3} + \ldots \right],$$

la série entre parenthèses doit être prolongée jusqu'à la limite de la table de mortalité, c'est-à-dire jusqu'à ce que l'un des facteurs qui figurent au numérateur soit nul.

En posant

$$A_{n,m} = \frac{1}{v_n . u_m} . \left[\frac{v_{n+1} . u_{m+1}}{(1+r)} + \frac{v_{n+2} . u_{m+2}}{(1+r)^2} + \frac{v_{n+3} . u_{m+3}}{(1+r)^3} + \ldots \right] \quad [1]$$

on pourra écrire

$$C = a . A_{n,m}, \quad [2]$$

et l'on voit que $A_{n,m}$ est le capital équivalent à une rente viagère de 1 fr. sur deux têtes dont les âges sont n et m.

On demande de calculer les valeurs de $A_{n,m}$, d'après la table de Deparcieux, pour deux têtes dont les âges diffèrent de 5 ans, de 10 ans et de 30 ans, en supposant que la plus jeune ait au moins 20 ans, et en adoptant $4\frac{1}{2}$ pour le taux de l'intérêt.

878. On demande ce que vaut actuellement une rente viagère de 4800 fr. sur deux têtes âgées, l'une de 60 ans, l'autre de 50.

879. Deux époux âgés, l'un de 50 ans, l'autre de 45, veulent vendre une propriété estimée 40000 fr., pour en placer le produit en viager sur leurs deux têtes; quelle rente se feront-ils de la sorte?

880. Un père, qui a 30 ans de plus que son fils, a calculé qu'une rente viagère de 6000 fr., constituée sur leurs deux têtes, vaudrait actuellement 67878 fr. On demande l'âge du père et celui du fils.

881. Deux vieillards, unis par des liens de parenté, et âgés, l'un de 57 ans, l'autre de 62, jouissent d'une rente viagère de 5000 fr. constituée sur leurs deux têtès. On demande s'il y aurait avantage pour eux à aliéner cette rente pour en placer le capital, par parties égales, en rentes viagères sur chacune de leurs têtes?

882. Une rente viagère constituée sur deux têtes peut être payable *jusqu'au dernier décès;* c'est-à-dire que la compagnie qui s'est engagée à servir la rente, doit la payer tant qu'il y aura une des deux têtes vivante. Dans ce cas les probabilités doivent être évaluées d'une autre manière.

La probabilité pour une personne âgée de n années de vivre encore pendant un an étant, d'après les notations du n° **877**,

$$\frac{v_{n+1}}{v_n},$$

la probabilité contraire, ou la probabilité, pour cette personne, de mourir dans l'année sera, suivant la règle des probabilités,

$$1 - \frac{v_{n+1}}{v_n}.$$

De même, la probabilité pour une autre personne de mourir dans l'année sera

$$1 - \frac{u_{m+1}}{u_m}.$$

La probabilité que les deux personnes mourront dans l'année est le produit des deux probabilités particulières, c'est-à-dire

$$\left(1 - \frac{v_{n+1}}{v_n}\right)\left(1 - \frac{u_{m+1}}{u_m}\right);$$

et par conséquent la probabilité contraire, c'est-à-dire la probabilité que l'une au moins des deux personnes vivra encore au bout de l'année, est

$$1 - \left(1 - \frac{v_{n+1}}{v_n}\right)\left(1 - \frac{u_{m+1}}{u_m}\right)$$

ou

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} + \frac{u_{m+1}}{u_m} - \frac{v_{n+1} \cdot u_{m+1}}{v_n \cdot u_m}.$$

On trouverait de la même manière que la probabilité que l'une au moins des deux personnes vivra

encore au bout de 2 ans, est exprimée par

$$\frac{v_{n+2}}{v_n} + \frac{u_{m+2}}{u_m} - \frac{v_{n+2} \cdot u_{m+2}}{v_n \cdot u_m};$$

que la probabilité que l'une au moins des deux personnes vivra encore au bout de 3 ans, a pour expression

$$\frac{v_{n+3}}{v_n} + \frac{u_{m+3}}{u_m} - \frac{v_{n+3} \cdot u_{m+3}}{v_n \cdot u_m},$$

et ainsi de suite.

Si l'on remplace, dans la formule du nº 859, les probabilités

$$\frac{v_{n+1}}{v_n}, \quad \frac{v_{n+2}}{v_n}, \quad \frac{v_{n+3}}{v_n}, \quad \text{etc...},$$

par celles que l'on vient d'obtenir, le résultat se composera de trois séries de termes qui, d'après les notations adoptées, pourront s'écrire

$$aA_n + aA_m - aA_{m,n}$$

ou $$a.(A_n + A_m - A_{m,n}).$$

La quantité entre parenthèses se compose du capital équivalent à une rente de 1 fr. sur une tête âgée de n années, *plus* le capital équivalent à une rente de 1 fr. sur une tête âgée de m années, *moins* le capital équivalent à une rente de 1 fr. sur deux têtes âgées l'une de n et l'autre de m années.

On demande, d'après cela, la valeur actuelle d'une rente viagère de 4500 fr. constituée sur deux têtes âgées, l'une de 53 ans, l'autre de 58, jusqu'au dernier décès de ces deux têtes.

883. Un père, âgé de 55 ans, place une somme de 60000 fr. en viager sur sa tête et sur celle de son fils, âgé de 25 ans, jusqu'au dernier décès de chacun d'eux ; quel sera le montant de la rente viagère ?

884. Deux époux âgés l'un de 59 ans, l'autre de 49, jouissent chacun d'une rente viagère, qui est de 1800 fr. pour l'un et de 1200 fr. pour l'autre. Ils veulent convertir ces deux rentes viagères en une seule constituée sur leurs deux têtes jusqu'au dernier décès de chacun d'eux ; quel sera le montant de cette rente unique ?

885. Une rente viagère peut être constituée sur deux têtes *égales*, c'est-à-dire du même âge.

Par un calcul analogue à celui du n° **877**, on trouve que le capital équivalent à une rente viagère de 1 fr. sur deux têtes égales a les valeurs suivantes :

Ages.	Valeurs de $A_{n,n}$.
25	13,591
35	12,536
45	10,549
55	8,077
65	5,423
75	2,977
85	1,277

On demande quelle rente viagère produirait un capital de 50000 fr. placé sur deux têtes de 65 ans.

886. Que produirait le même capital, placé en rente viagère sur les mêmes têtes, jusqu'au dernier décès ?

887. On a vu, au n° **882**, comment on peut cal-

culer le capital équivalent à une rente viagère constituée sur deux têtes jusqu'au dernier décès. Mais, si deux personnes dont les âges sont n et m veulent acheter une pareille rente, on peut se demander dans quelle proportion elles doivent contribuer à la formation de ce capital.

Pour fixer les idées, appelons *Paul* et *Jacques* ces deux personnes; et cherchons l'espérance mathématique qu'a Paul de toucher sa part de la rente a dans un nombre k d'années.

Paul ne peut faire à cet égard que deux hypothèses : ou Paul et Jacques vivront; et l'espérance qu'à Paul de toucher, dans ce cas, la rente $\frac{1}{2}a$, a pour expression

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{a}{(1+r)^k}\cdot\frac{v_{n+k}}{v_n}\cdot\frac{u_{m+k}}{u_m};$$ (Voir le n° **877**)

ou Paul vivra seul; et l'espérance qu'a Paul de toucher, dans ce cas, la rente a tout entière, a pour expression

$$\frac{a}{(1+r)^k}\cdot\frac{v_{n+k}}{v_n}\left(1-\frac{u_{m+k}}{u_m}\right).$$

La somme de ces deux espérances partielles forme l'espérance totale de Paul.

En opérant de même pour les autres années, il est facile d'en déduire la somme des espérances de Paul; on obtiendra de même la somme des espérances de Jacques. Le capital à fournir devra être partagé proportionnellement à ces deux sommes d'espérances.

Cela posé, on suppose que Paul soit âgé de 53 ans et Jacques de 58 : que devront-ils payer l'un et l'autre

pour constituer sur leurs têtes, jusqu'au dernier décès, une rente viagère de 3000 fr. ?

888. Deux vieillards, âgés l'un de 61 ans et l'autre de 66, sont possesseurs d'une rente viagère de 4500 fr., constituée sur leurs têtes jusqu'au dernier décès. Ils vendent cette rente pour se constituer des rentes viagères séparées : quel sera le produit de cette vente; comment devront-ils partager ce produit; et quelles rentes individuelles auront-ils en plaçant leurs parts séparément ?

889. Une personne qui veut constituer une rente de 3600 fr. sur deux têtes âgées de 35 et de 45 ans, et jusqu'au dernier décès, s'adresse à une compagnie qui lui demande 70450f,10. En considérant les tables d'après Deparcieux comme l'expression de la vérité, on demande le bénéfice de cette compagnie.

890. Une rente viagère sur deux têtes peut être *différée* d'un certain nombre t d'années. Sa valeur s'obtient en calculant la valeur qu'aura cette rente au bout de ce nombre t d'années, en en déduisant sa valeur actuelle, et en la multipliant par la probabilité que les deux têtes sur lesquelles la rente est constituée subsisteront encore dans t années.

On demande, d'après cela, 1° de trouver l'expression générale d'une rente viagère différée, constituée sur deux têtes jusqu'au dernier décès ; 2° de calculer la valeur d'une rente de 1200 fr. constituée sur deux têtes âgées de 38 et de 48 ans jusqu'au dernier décès, mais différée de 12 ans.

On suppose les intérêts calculés à $4\frac{1}{2}$ pour 100.

§ 4. Des assurances sur la vie.

891. Les *assurances sur la vie* ont le plus ordinairement pour but de procurer certains avantages aux héritiers de l'assuré ; mais elles ont encore d'autres applications, ainsi qu'on le verra plus loin.

Le calcul des assurances diffère du calcul des rentes viagères en ce que ce dernier est fondé sur des probabilités de vie, tandis que le premier dépend des probabilités de mort ; en d'autres termes : le calcul des rentes viagères dépend de l'espérance mathématique du rentier, tandis que le calcul des assurances sur la vie dépend de l'espérance mathématique de l'héritier ou de la personne, quelle qu'elle soit, qui doit profiter de l'assurance.

Pour trouver le capital P que devra payer une personne de l'âge n qui veut assurer à sa mort une somme S à l'un de ses héritiers, on raisonne de la manière suivante :

La probabilité que l'assuré mourra dans la 1re année est

$$1 - \frac{v_{n+1}}{v_n} \quad \text{ou} \quad \frac{v_n - v_{n+1}}{v_n},$$

et l'espérance mathématique correspondante de l'héritier est par conséquent

$$\frac{S}{1+r} \cdot \frac{v_n - v_{n+1}}{v_n}.$$

La probabilité que l'assuré mourra dans la 2e année, est le produit de la probabilité qu'il vivra au bout de

la première année, ou $\frac{v_{n+1}}{v_n}$, par la probabilité qu'ayant vécu cette première année, il mourra dans le cours de la seconde, c'est-à-dire par $1 - \frac{v_{n+2}}{v_{n+1}}$ ou $\frac{v_{n+1} - v_{n+2}}{v_{n+1}}$, ce qui donne $\frac{v_{n+1} - v_{n+2}}{v_n}$; et l'espérance mathématique correspondante de l'héritier sera

$$\frac{S}{(1+r)^2} \cdot \frac{v_{n+1} - v_{n+2}}{v_n}.$$

On trouvera de même que l'espérance mathématique de l'héritier correspondante à la 3e année est

$$\frac{S}{(1+r)^3} \cdot \frac{v_{n+2} - v_{n+3}}{v_n},$$

et ainsi de suite.

La somme de toutes ces espérances, jusqu'aux limites de la table de mortalité, sera le capital que l'on cherche.

On demande, d'après cela, ce que vaut une assurance de 25000 fr. sur une tête de 60 ans.

892. Une personne, âgée de 37 ans, veut assurer à ses héritiers une somme de 60000 fr. payable à son décès; quelle somme devra-t-elle payer actuellement ?

893. Un homme de 47 ans possède une somme de 30000 fr.; quel capital pourra-t-il assurer à ses héritiers à l'époque de sa mort?

894. Une personne calcule qu'avec une somme de 2861^f,15 payée actuellement elle pourrait assurer

10000 fr. à ses héritiers. Quel est l'âge de cette personne ?

(Nous supposons toujours l'intérêt à $4\frac{1}{2}$ pour 100.)

895. La somme P qu'il faut payer actuellement pour assurer une allocation au moment de son décès, porte le nom de *prime fixe*. Mais, au lieu d'une prime unique, l'assuré ou la personne qui paye pour lui préfèrent ordinairement payer une prime annuelle *p* jusqu'au décès.

Pour trouver cette prime annuelle, il faut remarquer que c'est une véritable rente viagère constituée sur la tête de l'assuré au profit de la Compagnie; et que le capital équivalent à cette rente doit égaler la prime unique d'assurance, diminuée toutefois de la prime annuelle, attendu que si c'était une rente, le premier payement aurait lieu à la fin de la première année, tandis que, dans le cas qui nous occupe, il doit avoir lieu au commencement de cette année même.

On demande, d'après cela, quelle prime annuelle devra payer une personne de 50 ans pour assurer à ses héritiers une somme de 12000 fr.

896. Une personne de 48 ans paye annuellement une prime de 650 fr.; quelle somme assure-t-elle ainsi à ses héritiers?

897. A quel âge peut-on assurer une somme à ses héritiers en payant une prime annuelle égale au 50e de cette somme ?

898. Une assurance peut être constituée sur deux têtes; c'est-à-dire que la compagnie peut s'engager à

payer une certaine somme à une personne désignée d'avance, à l'époque du décès de l'une de ces deux têtes, quelle que soit celle qui mourra la première.

Soient n et m les âges de ces deux têtes; la probabilité que l'une d'elles au moins sera éteinte dans la première année est (voir, pour les notations, le n° **877**)

$$1 - \frac{v_{n+1} \cdot u_{m+1}}{v_n \cdot u_m},$$

et l'espérance mathématique correspondante de l'héritier ou de la personne désignée sera

$$\frac{S}{1+r}\left(\frac{v_n \cdot u_m}{v_n \cdot u_m} - \frac{v_{n+1} \cdot u_{m+1}}{v_n \cdot u_m}\right).$$

La probabilité que l'une au moins des deux têtes s'éteindra dans la 2e année est

$$\frac{v_{n+1} \cdot u_{m+1}}{v_n \cdot u_m}\left(1 - \frac{v_{n+2} \cdot u_{m+2}}{v_{n+1} \cdot u_{m+1}}\right) \text{ ou } \frac{v_{n+1} \cdot u_{m+1}}{v_n \cdot u_m} - \frac{v_{n+2} \cdot u_{m+2}}{v_n \cdot u_m},$$

et l'espérance mathématique correspondante a pour expression

$$\frac{S}{(1+r)^2}\left(\frac{v_{n+1} \cdot u_{m+1}}{v_n \cdot u_m} - \frac{v_{n+2} \cdot u_{m+2}}{v_n \cdot u_m}\right).$$

La probabilité que l'une au moins des deux têtes s'éteindra dans la 3e année est

$$\frac{v_{n+2} \cdot u_{m+2}}{v_n \cdot u_m}\left(1 - \frac{v_{n+3} \cdot u_{m+3}}{v_{n+2} \cdot u_{m+2}}\right) \text{ ou } \frac{v_{n+2} \cdot u_{m+2}}{v_n \cdot u_m} - \frac{v_{n+3} \cdot u_{m+3}}{v_n \cdot u_m},$$

et l'espérance mathématique correspondante est

$$\frac{S}{(1+r)^3}\left(\frac{v_{n+2} \cdot v_{m+2}}{v_n \cdot u_m} - \frac{v_{n\ 3} \cdot u_{m+3}}{u_v \cdot u_m}\right),$$

et ainsi de suite.

En faisant la somme de ces espérances jusqu'aux limites de la table de mortalité, on obtiendra la valeur de la prime fixe P qu'il faut payer pour assurer la somme S.

On demande, d'après cela, ce que vaut une assurance de 10000 fr. sur deux têtes âgées, l'une de 51 ans, l'autre de 61.

899. Quelle prime annuelle faudrait-il payer pour obtenir la même assurance qu'au numéro précédent?

900. Deux personnes, âgées, l'une de 28 ans, et l'autre de 58, ont calculé qu'il leur en coûterait une prime fixe de 16087f,80 pour assurer à un parent une certaine somme payable au premier décès de l'une d'elles. On demande quelle est cette somme.

901. Deux époux, dont les âges diffèrent de 5 ans, ont assuré une somme de 40000 fr. payable à une tierce personne au premier décès de l'un d'eux, moyennant une prime annuelle de 2340 fr. On demande l'âge de chacun des deux époux.

902. Une assurance sur deux têtes peut être payable *au dernier décès* de ces deux têtes; c'est même le cas le plus ordinaire. Cette assurance se calcule comme au n° **891**; mais la valeur d'une rente viagère constituée sur une seule tête doit être remplacée par celle d'une rente viagère constituée sur deux têtes jusqu'au dernier décès (**882**).

On demande ce qu'il faudrait payer pour assurer une

somme de 24000 fr. payable au dernier décès de deux têtes âgées, l'une de 33 ans, l'autre de 63.

903. Deux époux âgés, l'un de 47 ans, l'autre de 37, veulent assurer à leurs héritiers une somme de 30000 fr., payable à leur dernier décès; quelle prime annuelle devront-ils donner?

904. Deux frères, âgés l'un de 36 ans, l'autre de 41, conviennent de payer chacun une prime annuelle de 150 fr., pour assurer, au moment de leur dernier décès, une certaine somme à de jeunes parents. On demande quelle sera cette somme.

905. Une assurance peut être *différée;* c'est-à-dire qu'une compagnie peut s'engager à payer une somme déterminée S au décès de l'assuré, à la condition que ce décès n'arrivera pas avant un nombre déterminé t d'années. Dans ce cas, la formule du n° **891** éprouve une modification notable.

Soit $n-t$ l'âge actuel de l'assuré; en raisonnant comme au numéro cité, on verra que les espérances mathématiques successives de la personne qui doit profiter de l'assurance sont exprimées par

$$\frac{S}{(1+r)^{t+1}}\cdot\frac{v_n-v_{n+1}}{v_{n-t}},\qquad \frac{S}{(1+r)^{t+2}}\cdot\frac{v_{n+1}-v_{n+2}}{v_{n-t}},$$

$$\frac{S}{(1+r)^{t+3}}\cdot\frac{v_{n+2}-v_{n-3}}{v_{n+t}},\quad \text{etc.}$$

Si l'on fait la somme de ces espérances, on obtiendra la valeur de la prime P à payer pour cette assurance.

On demande, d'après cela, quelle prime fixe il faut

payer pour assurer 15000 fr. sur la tête d'une personne âgée de 52 ans, à condition que cette personne ne mourra pas avant 10 ans.

906. Avec une prime fixe de 10000 fr., quelle somme peut-on assurer sur une tête de 45 ans, à la condition qu'elle ne mourra pas avant 15 ans?

907. Au lieu d'assurer une somme fixe, on peut assurer une rente viagère. Supposons qu'une personne de l'âge n se propose d'assurer, à sa mort, une rente viagère a à un héritier de l'âge m. La probabilité pour celui-ci de recevoir la somme a au bout de la première année sera le produit de la probabilité que la personne dont il s'agit mourra dans cette première année, c'est-à-dire $1-\frac{v_{n+1}}{v_n}$, par la probabilité qu'il sera lui-même vivant au bout de cette année, c'est-à-dire par $\frac{u_{m+1}}{u_m}$ (voir pour les notations le n° **877**); et l'espérance mathématique correspondante sera

$$\frac{a}{1+r}\cdot\frac{u_{m+1}}{u_m}\left(1-\frac{v_{n+1}}{v_n}\right) \text{ ou } \frac{a}{1+r}\cdot\frac{u_{m+1}}{u_m}-\frac{a}{1+r}\cdot\frac{u_{m+1}\cdot v_{m+1}}{u_m\cdot v_n}.$$

La probabilité pour l'héritier de recevoir la somme a à la fin de la seconde année sera de même le produit de la probabilité que la personne dont il s'agit mourra dans cette seconde année, c'est-à-dire $1-\frac{v_{n+2}}{v_n}$, par la probabilité qu'il sera lui-même vivant au bout de cette année, c'est-à-dire par $\frac{u_{m+2}}{u_m}$; et l'espérance mathématique correspondante sera exprimée par

$$\frac{a}{(1+r)^2}\cdot\frac{u_{m+2}}{u_m}\left(1-\frac{v_{n+2}}{v_n}\right) \text{ou} \frac{a}{(1+r)^2}\cdot\frac{u_{m+2}}{u_m}-\frac{a}{(1+r)^2}\cdot\frac{u_{m+2}\cdot v_{n+2}}{u_m\cdot v_n},$$

On trouverait de la même manière que l'espérance mathématique correspondante à la 3e année a pour valeur :

$$\frac{a}{(1+r)^3}\cdot\frac{u_{m+3}}{u_m}\left(1-\frac{v_{n+3}}{v_n}\right) \text{ ou } \frac{a}{(1+r)^3}\cdot\frac{u_{m+3}}{u_m}-\frac{a}{(1+r)^3}\cdot\frac{u_{m+3}\cdot v_{n+3}}{u_m\cdot v_n},$$

et ainsi de suite.

La somme de toutes ces espérances, prolongée jusqu'aux limites de la table de mortalité, exprimera la prime fixe P que l'on aura à payer pour obtenir cette assurance.

On demande, d'après cela, quelle prime fixe devrait payer un homme âgé de 54 ans, pour assurer, à sa mort, une pension viagère de 600 fr. à sa sœur, âgée actuellement de 49 ans.

908. Un fils âgé de 27 ans voudrait, dans le cas où il viendrait à mourir, assurer à sa mère, âgée de 57 ans, et dont il est le seul soutien, une pension viagère de 1800 fr. Quelle prime fixe devra-t-il payer pour cela ?

909. Un mari, âgé de 58 ans, dispose d'une somme de 12000 fr. qu'il veut consacrer à assurer, en cas de mort, une rente viagère à sa femme, âgée de 48 ans. Quel sera le montant de cette rente ?

910. Lorsqu'on veut assurer une rente viagère, au lieu de payer une prime fixe P, on préfère ordinairement payer une prime annuelle p. Pour trouver cette prime annuelle, il faut remarquer que c'est une rente viagère payée à la Compagnie pendant toute la durée de la vie de la personne dont l'âge est n; seulement, le

payement de cette prime commence un an plus tôt que si c'était une véritable rente.

On demande de trouver, d'après cette considération, la valeur des primes annuelles équivalentes aux primes fixes considérées aux nos **907, 908** et **909.**

911. Au lieu d'assurer une rente viagère, on peut assurer une *rente perpétuelle*. Soit n l'âge de l'assuré; la probabilité pour les héritiers de recevoir la rente a au bout d'un an est $1-\frac{v_{n+1}}{v_n}$, et l'espérance mathématique correspondante a pour expression

$$\frac{a}{1+r}\left(1-\frac{v_{n+1}}{v_n}\right).$$

La probabilité, pour ces mêmes héritiers, de recevoir la rente a au bout de la 2e année est $1-\frac{v_{n+2}}{v_n}$, et l'espérance mathématique correspondante a pour valeur :

$$\frac{a}{(1+r)^2}\left(1-\frac{v_{n+2}}{v_n}\right).$$

On verrait de même que l'espérance mathématique relative à la 3e année est

$$\frac{a}{(1+r)^3}\left(1-\frac{v_{n+3}}{v^n}\right),$$

et ainsi de suite.

La somme de toutes ces espérances, prolongée jusqu'à l'infini, exprimera la valeur de la rente perpétuelle, et par conséquent de la prime d'assurance.

On demande, d'après cela, quelle prime fixe il faudrait payer pour assurer une rente perpétuelle de

1200 fr. à partir du décès d'une personne actuellement âgée 56 ans.

912. Une personne âgée de 49 ans veut disposer d'une somme de 10000 fr. pour assurer, à son décès, une rente perpétuelle à une famille dont le chef lui a rendu un service important; quel sera le montant de cette rente?

913. Au lieu de payer une prime fixe pour assurer une rente perpétuelle, on peut préférer payer une prime annuelle. En raisonnant comme aux nos **895** et **910**, on verra que la prime annuelle doit être calculée comme une rente viagère équivalente à la prime fixe, plus une première année de rente.

On demande quelle serait la prime annuelle correspondante à la prime fixe considérée dans chacun des deux numéros précédents.

914. Un capital assuré peut être converti en une rente perpétuelle.

Une personne assure une somme de 20000 fr. à ses héritiers au moment de son décès; quelle serait la rente perpétuelle équivalente?

915. Une personne paye une prime fixe de 15800 fr. pour assurer à ses héritiers un certain capital au moment de son décès; quelle prime fixe devrait-elle payer pour assurer à ses héritiers une rente perpétuelle égale à l'intérêt annuel du capital assuré?

916. Une personne paye une prime annuelle de 500 fr. pour assurer à ses héritiers une certaine rente

perpétuelle; quelle prime annuelle devrait-elle payer pour leur assurer, à sa mort, le capital de cette rente?

917. Un homme âgé de 54 ans veut assurer, à son décès, 1° une somme de 40000 fr. à ses héritiers; 2° une rente perpétuelle de 1200 fr. à une famille à laquelle il porte intérêt; 3° une rente viagère de 600 fr. à un serviteur âgé de 59 ans. Il paye comptant le tiers de la valeur de ces diverses assurances, et le reste en une prime annuelle. On demande le montant de la prime et celui de la prime annuelle.

On supposera que la Compagnie prenne 5 pour 100 pour frais de gestion, et en outre 10 pour 100 pour ses bénéfices.

§ 5. Des tontines, des caisses dotales, et des sociétés de secours mutuels.

918. Les *tontines*, ainsi appelées du nom de l'Italien *Tonti*, leur inventeur, sont des associations dont les membres mettent en commun, pendant un certain nombre d'années, soit un capital fixe, soit des mises annuelles, qui, au terme de l'association, sont partagés, ainsi que les intérêts qu'ils ont produits, entre les membres survivants.

Il existe plusieurs espèces de tontines.

On suppose que 650 personnes, âgées de 41 ans, mettent chacune 1000 fr. dans une association de 20 ans de durée; et que le capital social soit placé à $4\frac{1}{2}$ pour 100 et à intérêts composés; on demande quelle sera la part probable des membres survi-

vants à l'époque de la liquidation, c'est-à-dire au bout des 20 ans.

919. Toutes circonstances égales d'ailleurs, quelle eût été la part probable de chaque survivant si le nombre des associés, au lieu d'être de 650, eût été de 10000?

920. Un certain nombre de personnes âgées de 45 ans forment une tontine dans le but de se faire, à l'âge de 60 ans, une part probable de 12000 fr.; pour quelle somme doivent-elles contribuer chacune au capital primitif, les intérêts étant supposés à $4\frac{1}{2}$ pour 100?

921. Dans une tontine formée par des personnes de 40 ans, et devant avoir 10 ans de durée, chaque sociétaire, moyennant une mise primitive de 1800 fr., peut compter, au moment de la liquidation, sur une part probable de 3012f,97. On demande à quel taux l'intérêt est calculé.

922. Des personnes de 48 ans s'associent pour former une tontine dans laquelle, moyennant une mise primitive de 2500 fr., elles assurent aux survivants à l'époque de la liquidation, une part probable de 5485f,06.

On demande la durée de l'association, sachant que le taux de l'intérêt est $4\frac{1}{2}$ pour 100.

923. Nous avons supposé jusqu'ici que toutes les mises étaient égales; il pourrait en être autrement. Dans ce cas, on peut imaginer que les mises soient toutes de 1 fr.; et que chaque sociétaire contribue pour

un certain nombre de mises; il est évident que sa part, au moment de la liquidation, devra être proportionnelle à ce nombre de mises.

Une personne, âgée de 35 ans, a mis 1200 fr. dans une tontine qui doit durer 15 ans; quelle sera sa part au moment de la liquidation, l'intérêt étant supposé calculé à $4 \frac{1}{2}$ pour 100?

924. Une personne, âgée de 65 ans, a eu pour sa part 3600 fr. à la liquidation d'une tontine qui a duré 20 ans; on demande quelle a été sa mise, sachant que les intérêts ont été calculés à 4 pour 100.

925. Nous avons supposé que tous les sociétaires entraient dans l'association à la même époque; cela n'est pas non plus nécessaire; lorsqu'un sociétaire nouveau se présente dans le courant de l'association, on ramène sa mise à ce qu'elle eût été s'il y fût entré au début.

Des personnes de 40 ans ont formé une tontine qui doit durer 20 ans; 7 ans après l'ouverture, une nouveau sociétaire vient apporter une mise de 2400 fr.; on demande à quelle somme sa mise devra être portée, et quelle sera sa part probable au moment de la liquidation. On suppose les intérêts à $4 \frac{1}{2}$ pour 100.

926. On peut concevoir que des tontines en nombre quelconque soient gérées par une même administration; on a alors ce que l'on appelle une *association générale*, qui peut comprendre des personnes de tout âge. Pour la commodité de la gestion, cette association est ordinairement subdivisée en autant de *Sociétés* particulières qu'il y a d'époques de liquida-

tion différentes. La part d'un sociétaire se calcule, comme nous l'avons fait jusqu'ici, d'après son âge, sa mise et l'époque de son entrée dans la Société.

Un sociétaire, entré il y a six ans dans l'association, avec une mise de 2000 fr., est âgé aujourd'hui de 47 ans; quelle sera sa part à l'époque de la liquidation, qui doit avoir lieu dans 14 ans? On suppose l'intérêt à $4\frac{1}{2}$ pour 100.

927. Au lieu d'une mise unique, les sociétaires préfèrent ordinairement payer une mise annuelle. La mise annuelle capable de remplacer une mise unique donnée se calcule, comme aux nos **895** et **899**, en remarquant que ce n'est autre chose qu'une rente viagère temporaire (**873**) que le sociétaire paye à l'association, mais qui commence une année plus tôt.

On demande, d'après cela : 1° de traiter la question d'une manière générale, en supposant, pour plus de simplicité, que tous les sociétaires aient le même âge; 2° de trouver quelle est la mise annuelle qui pourrait remplacer la mise unique considérée au n° **918**.

928. Une personne paye une mise annuelle de 500 fr. dans une tontine de 15 ans de durée; quelle eût été la mise unique équivalente, et quelle sera la part de cette personne au moment de la liquidation, sachant qu'à cette époque elle sera âgée de 62 ans?

On suppose les intérêts à $4\frac{1}{2}$ pour 100.

929. Un sociétaire, après avoir payé sa mise annuelle pendant un certain nombre d'années, peut, s'il le désire, se libérer entièrement au moyen d'une mise

unique ; il suffit que cette mise unique soit capable de produire le même capital définitif que les mises annuelles qui restaient à payer.

Un sociétaire qui a payé pendant 7 ans une mise annuelle de 300 fr., voudrait se libérer par une mise unique ; on demande quel doit être le montant de cette mise, sachant que la durée totale de l'association est de 15 ans, que le sociétaire dont il s'agit a 52 ans, et que les intérêts sont calculés à $4\frac{1}{2}$ pour 100.

930. Dans les tontines où les mises sont annuelles, toute personne qui entre dans l'association un certain nombre d'années après son ouverture, doit; pour obtenir une part égale à celle des autres sociétaires, payer une mise annuelle calculée d'après la date de son entrée.

Une personne de 49 ans entre dans une association de 15 ans de durée 4 ans après son ouverture ; quelle mise annnelle devra-t-elle payer pour avoir droit à la même part qu'un sociétaire entré à l'ouverture même de la tontine, et payant 600 fr. de mise annuelle ?

On suppose les intérêts calculés à $4\frac{1}{2}$ pour 100.

931. Il y a des tontines dans lesquelles l'association a pour but d'accroître le capital primitif des mise sans priver les associés des intérêts annuels. L'accroissement du capital ne résulte alors que des mises abandonnées par les sociétaires qui meurent avant l'époque de la liquidation.

On demande d'abord de trouver d'une manière générale la part qui reviendra à chaque sociétaire.

On suppose ensuite qu'un certain nombre de per-

sonnes de 40 ans fassent une association de ce genre, et versent chacune une mise unique de 1000 fr.; et l'on demande quelle sera la part probable des survivants au bout de 20 ans, les intérêts étant calculés à $4\frac{1}{2}$ pour 100?

932. Quelle aurait dû être, dans la tontine qu'on vient de considérer, la mise d'un sociétaire, pour que, avec sa part à l'époque de la liquidation, il eût pu s'assurer une rente viagère de 1200 fr.?

933. Il y a des tontines dans lesquelles, au décès de chaque sociétaire, le capital primitif formant sa mise est remis à ses héritiers; le capital social ne s'accroît alors que des intérêts produits par les mises des sociétaires vivants. Dans ce genre de tontine, comme dans celles de la première espèce que nous avons considérée, les sociétaires ne touchent point d'intérêts pendant la durée de l'association.

On demande, en premier lieu, de trouver d'une manière générale la part de chaque sociétaire à l'époque de la liquidation.

On suppose, en second lieu, comme au n° **931**, qu'un certain nombre de personnes de 40 ans fassent une association de ce genre, et versent une mise unique de 1000 fr.; et l'on demande quelle sera la part probable des survivants au bout de 20 ans, les intérêts étant calculés à $4\frac{1}{2}$ pour 100.

934. Si l'association dont on vient de parler s'était formée 5 ans plus tard, tout en se terminant à la même époque, quelle aurait dû être la mise primitive, pour

que la part de chaque sociétaire, au moment de la liquidation, restât la même ?

935. Quelle serait la mise annuelle équivalente à la mise unique considérée au n° **933**?

936. Les *Caisses dotales* ne sont autre chose que des tontines de l'espèce de celles que nous avons examinées en premier lieu ; elles ont une durée de 20 ans, et sont formées par des pères de famille qui veulent assurer une dot à leurs enfants au moment où ils atteignent leur 20e année. Elles reçoivent des enfants de tout âge au-dessous de 10 ans ; mais tous ceux qui sont nés dans la même année forment une association particulière qui est gérée à part. Les intérêts sont calculés à 4 pour 100.

Quelle somme un père devra-t-il mettre dans une caisse dotale au moment de la naissance de son enfant, pour lui assurer une dot de 24000 fr. ?

937. Si le même père de famille avait attendu que son enfant eût 7 ans pour le faire entrer dans l'association, quelle aurait dû être sa mise?

938. Au lieu d'une mise unique, les sociétaires payent ordinairement une mise annuelle. Pour résoudre les questions relatives à ce cas, on a besoin des valeurs d'une rente viagère de 1 fr. sur une tête de 0 à 20 ans, calculées au taux de 4 pour 100 ; en voici le tableau :

Ages.	Valeurs de A_n.	Ages.	Valeurs de A_n.	Ages.	Valeurs de A_n.
0	14,759	7	19,131	14	18,620
1	17,431	8	19,118	15	18,502
2	18,299	9	19,085	16	18,380
3	18,738	10	19,028	17	18,275
4	18,961	11	18,949	18	18,167
5	19,080	12	18,844	19	18,054
6	19,124	13	18,734	20	17,938

On demande, d'après cela, la mise qu'il faudrait payer annuellement, à dater de la naissance d'un enfant, pour lui constituer à l'âge de 20 ans une dot de 24000 fr.

939. Quelle mise annuelle le même père de famille aurait-il dû payer, s'il avait attendu, pour faire entrer son enfant dans l'association, qu'il eût atteint l'âge de 7 ans?

940. Un père a payé une mise annuelle de 1000fr. dans une caisse dotale, à partir de l'époque où son fils a eu 3 ans. A la fin de l'association, la dot ainsi produite a été placée en rentes 3 pour 100 achetées au cours de 66,50; et, à 30 ans, le fils les a revendues au cours de 69,80 pour acheter, avec le capital une rente viagère *différée* jusqu'à 55 ans. On demande quel sera le montant de cette rente viagère.

941. Dans les *sociétés de secours mutuels*, indépendamment des rentes viagères, assurances et autres avantages dont nous avons parlé, chaque membre

peut obtenir, moyennant un versement unique ou une mise annuelle, un traitement quotidien en cas de maladie.

Pour traiter les questions de ce genre, il faut d'abord connaître le nombre probable de jours de maladie dans l'année pour une personne d'un âge donné. La loi suivant laquelle ce nombre varie avec l'âge peut être exprimée de 30 ans à 70 ans, pour la formule empirique :

$$y = \frac{3670 . (1{,}01)^{x-30}}{v_x},$$

dans laquelle x représente l'âge de la personne considérée, et v_x le nombre des survivants de cet âge d'après la table de Deparcieux.

On demande quel est le nombre probable de jours de maladie dans l'année pour une personne de 30 ans, de 40 ans, de 50 ans, de 60 ans et de 70 ans.

942. On peut se demander quelle somme il faut pour avoir droit, depuis l'âge n jusqu'à l'âge $n+m$, à un secours quotidien a par jour de maladie.

Pour résoudre cette question, on remarquera que si t désigne le nombre d'années comprises entre l'époque actuelle où le sociétaire est supposé avoir 30 ans et une époque déterminée quelconque, et si y_t désigne le nombre de jours de maladie correspondant à l'année qui suivra cette seconde époque, la somme à recevoir sera ay_t, et sa valeur actuelle sera

$$\frac{ay_t}{(1+r)^t},$$

r désignant l'intérêt annuel d'un franc. D'ailleurs, la

probabilité pour ce sociétaire de vivre encore à l'époque indiquée est $\frac{v_{n+t}}{v_n}$; l'espérance mathématique de recevoir le secours dont il est question sera donc exprimée par le produit de ces deux quantités, c'est-à-dire par

$$\frac{ay_t}{(1+r)^t} \times \frac{v_{n+t}}{v_n}.$$

La somme de toutes les espérances analogues, depuis l'âge n jusqu'à l'âge $n+m-1$, qui est le commencement de la dernière année, exprimera la mise unique cherchée.

On demande, d'après cela : 1° de trouver l'expression générale de cette mise unique; 2° de trouver quelle somme devra payer un ouvrier âgé de 30 ans, pour obtenir un secours de 3 fr. par jour de maladie jusqu'à 70 ans; les intérêts étant calculés à $4\frac{1}{2}$ pour 100.

943. Un ouvrier, âgé de 38 ans, se propose de payer une somme de 280 fr. pour obtenir, jusqu'à l'âge de 65 ans, un secours quotidien en cas de maladie. On demande quel sera ce secours, les intérêts étant calculés à 4 pour 100.

944. Le versement unique peut être converti en une prime annuelle. Il faut pour cela considérer la prime annuelle comme une rente viagère temporaire, dont le payement commence une année plus tôt (voir le n° 873).

On demande de faire cette conversion pour le versement unique qui a été calculé au n° **941**.

945. Une ouvrière, âgée de 37 ans, ayant hérité d'une somme de 1800 fr., veut l'employer à s'assurer : 1° un secours quotidien de $2^{f},50$ en cas de maladie, jusqu'à l'âge de 57 ans; 2° une rente viagère à partir de cet âge. On demande quel sera le montant de cette rente. On suppose que la société de secours mutuels prenne $\frac{1}{2}$ pour 100 en sus de la prime exigée pour obtenir un traitement de maladie, et 3 pour 100 en sus de la valeur d'une rente viagère, pour se couvrir de ses frais de gestion. Les intérêts sont supposés calculés à $4\frac{1}{2}$ pour 100.

946. Une personne bienfaisante veut assurer à un mari, âgé de 44 ans, et à sa femme, âgée de 39 ans : 1° un secours quotidien de 3 fr. en cas de maladie, pendant une période de 16 ans; 2° à partir de cette époque, une rente viagère de 600 fr., constituée sur leurs têtes jusqu'au dernier décès. Quelle somme cette personne aura-t-elle à payer, les intérêts étant calculés à $4\frac{1}{2}$ pour 100?

§ 6. De la caisse d'épargne et de la caisse de retraites pour la vieillesse.

947. La *Caisse d'épargne* reçoit, tous les dimanches, les dépôts qui lui sont confiés, et qui, pour chaque déposant, ne peuvent être inférieurs à 1 fr., ni supérieurs à 300 fr. Ces dépôts commencent à porter intérêt à partir du dimanche suivant, au taux de 4 pour 100; mais la Caisse retient $\frac{1}{2}$ pour 100 pour frais d'administration. Dans le calcul des intérêts on suppose l'année de 52 semaines exactement.

On demande d'après cela ce qu'une somme de 75 fr. rapportera au bout de 38 semaines, à compter du jour du dépôt.

948. Les intérêts produits par un versement, depuis le dimanche qui suit le dépôt jusqu'à la fin de l'année, c'est-à-dire jusqu'au dernier dimanche, portent, dans la comptabilité des caisses d'épargne, le nom d'intérêts *anticipés*, parce qu'on les inscrit au compte du déposant au moment même du dépôt.

Une personne a déposé 235 fr. à la Caisse d'épargne 11 semaines après le commencement de l'année; on demande de calculer les intérêts anticipés correspondants à ce dépôt.

949. Lorsqu'un déposant retire une somme déposée à la Caisse d'épargne, les intérêts de cette somme cessent de courir le dimanche même où se fait la demande de remboursement. Mais on appelle intérêts *rétrogrades* les intérêts qu'aurait produits cette somme depuis le dimanche qui suit la demande de remboursement jusqu'à la fin de l'année, c'est-à-dire jusqu'au dernier dimanche.

On suppose que la personne dont il a été question au numéro précédent se présente pour retirer ses 235 fr. 44 semaines après le commencement de l'année; et l'on demande de calculer les intérêts *rétrogrades* correspondants à cette somme.

950. On demande de déduire de ce qui a été dit aux deux numéros précédents, la somme que la personne dont il s'agit devra toucher en retirant ses fonds.

951. Un petit marchand a déposé à la Caisse d'épargne, savoir :

	120 francs	11 semaines après le commencement de l'année ;	
	130	—	5 semaines après le premier dépôt;
	150	—	4 semaines après celui-ci;
	100	—	3 semaines après ce dernier.
Il a retiré	75	—	4 semaines après;
Il a replacé	180	—	5 semaines après;
	250	—	4 semaines après;
Il a retiré	65	—	3 semaines après ce dépôt;
Il a replacé	115	—	5 semaines après;
et enfin	90	—	2 semaines après.

On demande de faire son compte à la fin de l'année.

952. Aucun versement nouveau n'est admis lorsque le compte du déposant a atteint la somme du 1000 fr. Si son compte vient à dépasser cette somme, par suite du règlement des intérêts qui se fait à la fin de chaque année, et qu'il laisse passer 3 mois sans demander de remboursement, la Caisse d'épargne lui achète d'office 10 fr. de rentes. Les intérêts continuent à courir jusqu'au moment de l'achat de cette rente; mais les centimes qui accompagnent la somme en francs ne portent aucun intérêt.

On suppose que le petit marchand dont il a été question au numéro précédent laisse écouler 3 mois de l'année suivante sans demander de remboursement, et que la rente $4\frac{1}{2}$ pour 100 soit à 90 fr. à cette époque; à quelle somme son compte se trouvera-t-il ramené?

953. Un ouvrier a placé pendant un an 6 fr. à la

Caisse d'épargne tous les dimanches; à combien s'élevait son avoir, capital et intérêts, à la fin de l'année?

954. Le même ouvrier ayant continué à placer 6 fr. à la Caisse d'épargne tous les dimanches, on demande à combien s'élevait son avoir à la fin de la seconde année.

955. Pendant combien de semaines cet ouvrier pourra-t-il continuer à placer ainsi 6 fr. tous les dimanches, sans atteindre le maximum de 1000 fr. fixé par la loi?

956. On suppose qu'au bout de 14 semaines, à partir de la fin de la seconde année, l'ouvrier demande à acheter 20 fr. de rentes $4\frac{1}{2}$ pour 100, et que cet achat se fasse au cours de 91f,50; à combien son compte se trouvera-t-il réduit; et que deviendra ce compte au bout de la 4e année, si le déposant continue à verser 6 fr. tous les dimanches?

957. On suppose qu'un ouvrier dépose tous les dimanches 6 fr. à la Caisse d'épargne, à partir de l'âge de 25 ans; mais qu'il retire ses fonds à la fin de chaque année pour les placer à $4\frac{1}{2}$ pour 100 et à intérêts composés. On demande de quelle somme il pourra disposer à l'âge de 55 ans; et quelle rente viagère il pourra se procurer à cette époque.

958. De quelle somme disposerait-il à l'âge de 55 ans, et quelle rente viagère pourra-t-il obtenir à cet âge, s'il plaçait seulement 1 franc tous les dimanches à la Caisse d'épargne depuis l'âge de 25 ans; et s'il reti-

rait ses fonds tous les ans pour les placer à $4\frac{1}{2}$ pour 100 et à intérêts composés?

959. Si deux ouvriers, le mari âgé de 25 ans et la femme âgée de 20 ans, plaçaient régulièrement à la Caisse d'épargne tous les dimanches, savoir : le mari 2 fr. et la femme 1 fr., pendant 30 ans; et s'ils retiraient leurs fonds tous les ans pour les placer à $4\frac{1}{2}$ pour 100 et à intérêts composés, de quel capital disposeraient-ils au bout de ce temps?

Et s'ils voulaient alors convertir ce capital en une rente viagère constituée sur leurs têtes jusqu'au dernier décès, quel serait le montant de cette rente?

960. La *Caisse de retraites pour la vieillesse* offre à l'ouvrier prévoyant le moyen de s'assurer une rente viagère, qui peut aller jusqu'à 750 fr.; l'entrée en jouissance peut commencer au choix du déposant, à 50 ans, 51 ans, 52 ans, etc... et même 65 ans.

Les intérêts sont calculés à $2\frac{1}{4}$ par semestre; et ils se capitalisent par trimestre.

On demande d'abord, en nommant r l'intérêt trimestriel d'un franc, de trouver, avec 10 décimales, le logarithme de $1+r$; par suite l'intérêt r lui-même ainsi que son logarithme avec 7 décimales.

961. La table de Deparcieux ne donnant les nombres de survivants que par années, il a fallu faire une hypothèse pour avoir ces nombres par trimestres. On a supposé que les morts de l'année étaient distribuées uniformément par trimestres. On demande quelles sont, d'après cette hypothèse, les nombres de survi-

vants correspondants à 40 ans, 40 ans 3 mois, 40 ans 6 mois, 40 ans 9 mois, et 41 ans.

962. On demande de trouver de la même manière les nombres de survivants correspondants aux trimestres compris de 73 à 74 ans.

963. Dans les questions relatives à la Caisse de retraites, on a constamment besoin de la quantité

$$\frac{v_{m+1}}{(1+r)^{m+1}}+\frac{v_{m+2}}{(1+r)^{m+2}}+\frac{v_{m+3}}{(1+r)^{m+3}}+\dots+\frac{v_\omega}{(1+r)^\omega},$$

dans laquelle v_{m+1}, v_{m+2}, v_{m+3}, etc... désignent le nombre des survivants au bout de $m+1$ trimestres, $m+2$ trimestres, $m+3$ trimestres, etc., à partir de la naissance, et v_ω le nombre des survivants au dernier trimestre inscrit dans la table de mortalité, et qui corpond à 94 ans 9 mois, puisqu'à 95 ans le nombre des survivants est zéro.

Nous désignerons la somme de ces termes par Z_m. On demande de trouver sa valeur pour toutes les valeurs de m, depuis $m=12$ qui correspond à l'âge de 3 ans, fixé par la loi sur la Caisse des retraites pour l'époque où le premier versement peut avoir lieu, jusqu'à $m=\omega=379$ qui répond à la limite de la table de mortalité.

(On a vu au n° **960** quelle est la valeur de $1+r$.)

964. L'âge d'un déposant se calcule comme s'il était né le premier jour du trimestre qui a suivi la date de sa naissance.

Les intérêts de la somme versée commencent à courir le premier jour du trimestre qui suit le versement.

Le déposant fixe lui-même, de 50 à 65 ans, l'âge auquel il désire entrer en jouissance de la rente viagère. Cette rente commence à courir le premier jour du trimestre qui suit l'époque où le titulaire a accompli le nombre d'années désigné par lui-même; le premier trimestre de la rente est payé 3 mois après.

Un déposant, né le 12 mars 1834, se présente le 19 décembre 1857 pour faire le versement du capital d'une rente, et il déclare fixer à 55 ans d'âge l'époque de l'entrée en jouissance. On demande quel est son âge; à quelle époque les intérêts de son versement commenceront à courir; à quelle époque il entrera en jouissance de la rente; combien il se sera écoulé de trimestres depuis l'époque du versement; enfin, à quelle époque il aura droit au premier quartier de la rente.

965. Les rentes viagères servies par la Caisse de retraites se calculent d'après les principes exposés aux nos **859** et **871**; mais il faut tenir compte d'une circonstance de plus. C'est que, d'après l'usage du Trésor public, la Caisse, en cas de décès du titulaire de la rente, doit payer aux parents du mort une partie du dernier trimestre commencé, mais non échu : partie variable suivant la date du décès, et que, dans le calcul de la rente, on évalue, en moyenne, à la moitié d'un trimestre.

On demande d'établir, en tenant compte de cette circonstance, l'expression générale du capital équivalant à une rente viagère trimestrielle.

966. On demande quelle somme devra verser le déposant du nº **964** pour obtenir, à 55 ans, une rente viagère de 750 fr. par an.

967. Quelle serait la valeur d'une rente viagère de 750 fr. par an, pour un déposant âgé de 3 ans au moment du versement, si l'âge fixé pour l'entrée en jouissance était 65 ans?

968. La plus petite rente qui puisse être inscrite au nom d'un déposant est une rente de 5 fr. par an. Quelle somme faut-il verser à 40 ans pour s'assurer cette rente à 60 ans?

969. Un déposant, né le 2 janvier 1803, se présente le 23 septembre 1857, pour obtenir une rente viagère immédiate de 120 fr. par an. Quelle somme devra-t-il verser?

970. Une personne bienfaisante verse 1500 fr. à la Caisse de retraites, au nom d'un enfant de 9 ans et 3 mois. De quelle rente cet enfant jouira-t-il à l'âge de 61 ans?

971. Le plus faible versement qui puisse être opéré à la Caisse de retraites est un versement de 5 fr. Si ce versement est fait au nom d'un enfant de 5 ans, de quelle rente jouira-t-il à l'âge de 50 ans?

972. Les versements annuels ne peuvent dépasser 2000 fr. Si un déposant âgé de 44 ans versait une somme de 2000 fr., de quelle rente jouirait-il à l'âge de 64 ans?

973. Une personne née le 15 mai 1817 a versé à la Caisse de retraites, savoir :

	1600 francs	le 8 novembre	1849;
	1900 —	16 septembre	1852;
	500 —	21 juin	1855;
et	1500 —	6 mars	1856.

On demande de quelle rente viagère elle jouira à l'âge de 55 ans, fixé par elle pour l'époque de l'entrée en jouissance.

974. On pourrait aussi se constituer une rente viagère à une époque déterminée, de 50 à 65 ans, par une série de versements trimestriels égaux On demande : 1° de traiter cette question d'une manière générale, en raisonnant comme au n° **875**; 2° de déterminer le versement trimestriel que devrait faire un déposant, à partir de l'âge de 40 ans, pour jouir à 60 ans d'une rente viagère de 600 fr. par an.

975. Quelle somme faut-il payer par trimestre, depuis 25 ans jusqu'à 65, pour se constituer à cet âge une rente viagère annuelle de 750 fr. ?

976. Si l'on versait tous les trimestres à la Caisse de retraites une somme de 50 fr., depuis 30 ans jusqu'à 50, de quelle rente viagère pourrait-on jouir à cet âge ?

977. Le déposant a le droit de reculer l'âge qu'il avait primitivement fixé pour l'époque de l'entrée en jouissance de la rente, pourvu que la nouvelle époque choisie ne dépasse pas 65 ans, et que la déclaration de cette intention nouvelle soit faite au plus tard dans le trimestre qui précède l'époque primitivement fixée.

Un déposant a versé 1000 fr. à l'âge de 28 ans 9 mois, en fixant à l'âge de 51 ans l'époque de l'entrée en jouissance de la rente. Parvenu à l'âge de 50 ans et 6 mois, il déclare vouloir reculer cette jouissance jusqu'à 60 ans. On demande ce que deviendra le montant de la rente par suite de cette nouvelle disposition.

978. Nous avons supposé jusqu'ici que les sommes versées à la Caisse de retraites étaient placées à fonds perdus; mais cette Caisse offre aux déposants une autre combinaison dans laquelle le capital est *réservé*, et rendu aux héritiers du titulaire de la rente, au moment de son décès.

On demande l'expression générale de la valeur d'une rente viagère trimestrielle à capital réservé.

979. Un déposant, âgé de 31 ans 3 mois, demande à verser le capital nécessaire pour obtenir à 51 ans une rente viagère de 360 fr. par an, à capital réservé; quel sera le montant de ce versement?

980. Un déposant, âgé de 24 ans et 9 mois, verse 500 fr. pour obtenir à l'âge de 65 ans une rente viagère à capital réservé; quel sera le montant annuel de cette rente?

981. Pour les rentes à capital réservé, comme pour les rentes à capital aliéné, on peut remplacer un versement unique par des versements trimestriels égaux.

On demande quel est le versement trimestriel qui pourrait remplacer le versement unique du déposant considéré au nº **979.**

982. On demande quelle serait la rente viagère, à

capital réservé, produite à l'âge de 60 ans, par un versement trimestriel de 25 fr., depuis l'âge de 29 ans et 6 mois.

983. Au lieu de versements trimestriels, on peut ne faire que des versements annuels ; on demande quelle rente produiraient des versements annuels de 300 fr., opérés depuis 35 ans jusqu'à 50 ans, le capital étant supposé aliéné.

984. Quelle rente produiraient des versements annuels de 500 fr., opérés dans le même intervalle de temps, si le capital était réservé?

985. Un déposant qui a fait un ou plusieurs versements pour obtenir une rente viagère, à capital réservé, peut, s'il le juge convenable, faire plus tard l'abandon de ce capital pour augmenter sa rente. Il suffit pour cela qu'il en fasse la déclaration au plus tard dans le trimestre qui précède l'entrée en jouissance de la rente.

Un déposant a fait à 28 ans 9 mois le versement nécessaire pour obtenir à 55 ans une rente viagère annuelle de 300 fr., à capital réservé; que deviendra cette rente, si le déposant déclare en temps utile qu'il fait l'abandon du capital?

986. Un déposant âgé de plus de 65 ans obtient, en faisant son versement, une rente viagère immédiate; mais cette rente ne peut surpasser celle qu'il aurait obtenue à 65 ans même.

On demande quelle rente viagère obtiendra un dé-

posant âgé de 66 ans 3 mois, en faisant un versement de 2000 fr., et en abandonnant le capital.

987. En cas de blessures graves, ou d'infirmités prématurées, entraînant incapacité absolue de travail, la rente viagère peut être liquidée avant que le titulaire ait atteint 50 ans.

Une personne au nom de laquelle a été déposée une somme de 1800 fr., au moment où elle était âgée de 18 ans 3 mois, devient infirme à l'âge de 42 ans; de quelle rente pourra-t-elle jouir en supposant qu'elle ait abandonné le capital?

§ 7. Des assurances sur les choses.

988. On sait que dans les assurances maritimes, dans les assurances contre l'incendie et autres, l'assureur s'engage, moyennant une somme annuelle payée par l'assuré, et nommée *prime d'assurance*, à l'indemniser du dommage que peut éprouver la chose assurée.

Avant de s'occuper des problèmes auxquels donne lieu ce genre de transactions, il est nécessaire de traiter quelques questions préliminaires.

On démontre, dans le calcul des probabilités, que p désignant la probabilité d'un événement A, et $1-p$ celle de l'événement contraire B, si l'on développe la $m^{\text{ième}}$ puissance du binôme $(1-p)+p$, et qu'on fasse la somme des termes de ce développement jusqu'au $(n+1)^{\text{ième}}$ inclusivement, cette somme exprimera la probabilité que, sur m épreuves, l'événement A n'arrivera pas plus de n fois.

En supposant $p=\frac{1}{100}$ et $m=200$, on demande la

probabilité que l'événement A n'arrive pas plus de 6 fois, de 8 fois, de 9 fois, de 10 fois, ou de 11 fois.

989. La probabilité de l'événement A étant toujours $\frac{1}{100}$, on demande la probabilité que, sur 1000 épreuves, cet événement n'arrivera pas plus de 18 fois, plus de 21 fois, plus de 24 fois, plus de 26 fois, enfin plus de 28 fois.

990. La probabilité de l'événement A étant supposée égale à $\frac{1}{20000}$, on demande la probabilité que sur 1000 épreuves cet événement n'arrivera pas plus d'une fois, pas plus de 2 fois, pas plus de 3 fois. (On prendra pour le logarithme de 0,99995 le nombre $\bar{1},999978284733$.)

991. Un capitaliste qui veut fonder un établissement d'assurances maritimes prend pour base de ses calculs un nombre annuel de sinistres tel, qu'il y ait plus de 999999 contre 1 à parier qu'il ne sera pas dépassé; il s'impose en outre la condition de ne pas entamer son capital au delà des 3 centièmes des valeurs assurées. On demande à combien il devra fixer la prime d'assurance, si le nombre des vaisseaux assurés est 200, et que le risque pour chacun d'eux puisse être évalué à $\frac{1}{100}$, c'est-à-dire qu'il y ait 99 à parier contre 1 que chaque vaisseau n'éprouvera aucune avarie. On supposera, pour plus de simplicité, que tous les vaisseaux ont une valeur égale.

992. Quelle serait, dans les circonstances indiquées au numéro précédent, la probabilité, pour l'assureur, d'un bénéfice égal à $\frac{1}{200}$ des valeurs assurées?

993. On demande de reprendre le problème du n° **991**, en supposant que le nombre des vaisseaux assurés soit 1000, et que la perte de l'assureur soit limitée aux 0,008 des valeurs assurées.

994. Quelle serait alors la probabilité pour l'assureur d'un bénéfice égal à $\frac{1}{1000}$ des valeurs assurées?

995. Si l'assureur fixait la prime d'assurance à $1\frac{1}{2}$ pour 100, le nombre des vaisseaux assurés étant 1000, quelle serait pour lui la probabilité : 1° de ne pas entamer son capital; 2° de ne pas l'entamer au delà des $\frac{5}{1000}$ des valeurs assurées; 3° de faire un bénéfice égal à $\frac{1}{1000}$ de ces mêmes valeurs?

996. Lorsqu'on fait le développement de

$$(0,99+0,01)^{4000},$$

on trouve :

Pour la somme des	49	premiers termes	0,90862
—	60	—	0,99822
—	61	—	0,99887
—	70	—	0,99999

En supposant donc que le nombre des vaisseaux assurés soit 4000, on demande : 1° à quel taux il faut fixer la prime d'assurance, pour qu'il y ait plus de 883 contre 1 à parier que les fonds de l'assureur ne seront pas entamés; 2° quelle sera la perte extrême qu'il aurait à supporter en considérant une probabilité de 0,99999 comme équivalant à la certitude; 3° quelle sera pour lui la probabilité d'un bénéfice égal aux $\frac{9}{10}$ de la valeur de l'un des vaisseaux assurés; 4° enfin

quelle sera la probabilité d'un bénéfice égal aux 0,003 de l'ensemble des valeurs assurées.

997. Une Compagnie d'assurances maritimes qui opère sur une grande échelle, a fixé la prime d'assurance à 1 pour 100. Elle a assuré 1150 navires dont la valeur moyenne est de 750000 fr., y compris la cargaison, 3815 autres navires d'une valeur moyenne de 500000 fr., et enfin 5035 autres navires d'une valeur moyenne de 250000 fr. Sur ce nombre de navires, 7 de la première catégorie, 21 de la seconde, et 27 de la troisième ont péri complétement; 2 de la première, 8 de la seconde et 10 de la troisième ont éprouvé des avaries équivalant aux $\frac{3}{4}$ de leur valeur; 3 de la première, 5 de la seconde, et 7 de la troisième ont éprouvé des avaries équivalant à la moitié de leur valeur; enfin 9 de la première, 15 de la seconde, et 31 de la troisième ont éprouvé des avaries équivalant au quart de leur valeur. On demande ce que la Compagnie aura reçu en primes, ce qu'elle aura à payer, et enfin quel sera son bénéfice.

998. Un armateur fait assurer un navire, qui, avec sa cargaison, est évalué 248500 fr. Il paye 1 $\frac{1}{2}$ pour 100 de prime et 1 pour 1000 de courtage; quelle somme aura-t-il à débourser?

999. Dans les assurances contre l'incendie, le risque est évalué à $\frac{1}{20000}$. On admet qu'une compagnie assure 1000 maisons, que, pour plus de simplicité, on suppose de même valeur; et l'on demande 1° à quel taux elle doit fixer la prime d'assurance pour avoir

une probabilité de 0,999999 que son capital ne sera pas entamé au delà d'un millième des valeurs assurées; 2° que deviendrait cette probabilité si la Compagnie fixait la prime à 0,001; 3° quelle serait, dans chacune de ces deux hypothèses, la probabilité d'un bénéfice égal au millième des valeurs assurées.

1000. Un propriétaire paye 28 fr. pour prix d'assurance d'une maison évaluée 65000 fr.; mais dans cette prime sont compris 2 fr. pour frais de police; on demande quel est le taux de la prime.

CHAPITRE VII.

PROBLÈMES ÉLÉMENTAIRES SUR LES SCIENCES APPLIQUÉES.

§ 1. Questions de Géométrie appliquée.

1001. Un piéton a fait 371 pas pour traverser diagonalement une place carrée ; la longueur de ces pas étant en moyenne de $0^m,78$, on demande quelle est la longueur de l'un des côtés de la place.

1002. On a disposé régulièrement 6 becs de gaz pareils sur la circonférence d'un terrain circulaire de 21 mètres de diamètre; on demande la distance de l'une des lumières à chacune des cinq autres.

1003. On demande de faire le même calcul en supposant 8 becs au lieu de 6, disposés aussi d'une manière régulière.

1004. Un cheval de course a fait en 5 minutes le tour d'un hippodrome ayant la forme d'un rectangle terminé à ses deux bouts par des demi-cercles; et dans le même temps, un cavalier a traversé l'hippodrome au petit trot dans le sens de sa largeur. On demande les dimensions du rectangle, sachant que la vitesse d'un cheval de course est de $15^m,6$ par seconde, et que la vitesse d'un cheval au petit trot est de $2^m,22$.

1005. On demande la superficie de l'hippodrome dont il a été question au numéro précédent.

1006. Quel serait le rayon d'un cercle ayant le même contour que cet hippodrome; quel serait le rayon d'un cercle ayant la même superficie?

1007. L'ancien arpent de Paris valait 34 ares 19 centiares; quel serait le côté 1° d'un carré; 2° d'un triangle équilatéral; 3° d'un hexagone régulier; 4° d'un octogone régulier, ayant cette superficie?

1008. On demande la superficie d'un terrain triangulaire dont les trois côtés ont respectivement pour valeur 317^{m},6, 298^{m},4 et 251^{m},8.

1009. Un terrain compris entre deux routes parallèles, distantes l'une de l'autre de 319^{m},5, a une étendue de 598^{m},7 sur l'une de ces routes et de 623^{m},4 sur l'autre. On demande quelle est sa valeur, sachant que le prix de l'hectare est de 61500 fr.

1010. Un champ, ayant la forme d'un trapèze dont les bases ont respectivement 210 mètres et 238 mètres, et dont les côtés non parallèles ont l'un 49 mètres et l'autre 63 mètres, a été payé 60000 fr.; que vaut l'hectare de cette terre?

1011. On a à faire carreler une salle rectangulaire qui a 11^{m},50 de long sur 7^{m},40 de large. On emploie pour cela des carreaux de Langeais, de forme hexagonale, qui mesurent 22 centimètres d'un côté au côté opposé, et valent 90 fr. le mille. On demande ce que coûtera le carrelage, sachant qu'il faut compter 1^{f},55 par mètre carré pour mortier et main d'œuvre, et qu'il est d'usage d'ajouter 10 pour 100 à chaque devis pour dépenses imprévues.

1012. On fait construire pour un bateau à vapeur un tuyau de cheminée en tôle de 8 mètres de haut et de $0^m,60$ de diamètre; quelle quantité de tôle faudra-t-il employer?

1013. On fait recouvrir en ardoises le toit conique d'un bâtiment de forme circulaire; ce toit a $7^m,20$ de hauteur et $13^m,50$ de diamètre; l'ardoise employée vaut 21 fr. le mille, et il en faut 48 pour couvrir un mètre carré de surface. On demande quel sera le prix des ardoises employées, sachant que le marchand donne 40 ardoises en sus de chaque mille, d'après l'usage.

1014. Pour construire un entonnoir, on taille dans une feuille de ferblanc un secteur circulaire que l'on enroule ensuite de manière à lui donner la forme conique. On veut que la profondeur de l'entonnoir soit de 3 décimètres, et que le diamètre de son ouverture soit de 2 décimètres; quels devront être le rayon et l'angle au centre du secteur?

1015. On a fait recouvrir d'une couche de béton le fond et les parois d'un bassin circulaire qui a 12 mètres de diamètre à la partie inférieure, 16 mètres de diamètre à la partie supérieure, et 2 mètres de profondeur. On demande quelle sera la dépense, sachant qu'il faut compter $1^f,80$ par mètre carré pour la couche de béton (supposée d'un décimètre d'épaisseur), $0^f,40$ pour la main d'œuvre, et $0^f,10$ pour faux frais.

1016. Pour construire un abat-jour de lampe, on taille dans une feuille de papier ou de carton mince

un trapèze circulaire (différence entre deux secteurs concentriques) que l'on enroule ensuite de manière à lui donner la forme conique. On veut que l'abat-jour ait 2 décimètres de hauteur, 4 décimètres de diamètre à la partie inférieure et 1 décimètre de diamètre à la partie supérieure; quels devront être le rayon du grand secteur, le rayon du petit, et l'angle au centre?

1017. On a fait recouvrir le dôme sphérique d'un édifice d'une triple couche de peinture qui se paye $2^f,50$ le mètre carré; on demande le prix de cette peinture, le diamètre du dôme étant de 18 mètres.

1018. On demande le prix d'une poutre en chêne de $9^m,40$ de longueur, $0^m,45$ de largeur et $0^m,30$ d'épaisseur, sachant que le mètre cube vaut 144 fr., main d'œuvre comprise.

1019. Une autre poutre de chêne ayant 8 mètres de long et une section carrée a coûté $145^f,95$; on demande son équarrissage, sachant que, dans cette longueur, ce bois vaut 114 fr. le mètre cube.

1020. On demande le prix d'une barre de fer de $4^m,20$ de longueur sur $0^m,03$ de largeur et $0^m,03$ d'épaisseur, sachant que le mètre cube de ce fer pèse 7800 kilog. et que les 100 kilog. valent 45 fr.

1021. On a payé $1429^f,10$ pour 72 barreaux en fer rond ayant 3 mètres de longueur; on demande leur diamètre, sachant que les 100 kilog. de ce fer sont évalués 120 fr.

1022. On demande le prix d'un tuyau de conduite

en fonte ayant 248 mètres de long, $0^m,150$ de diamètre intérieur, et $0^m,161$ de diamètre extérieur, sachant que le mètre cube de fonte pèse 7200 kilog., et que le kilogramme de la fonte dont il s'agit vaut $0^f,40$.

1023. Quel serait le prix de 2000 mètres de fil de fer dit n° 13, ayant $0^m,0018$ de diamètre, à raison de $4^f,90$ la botte de 5 kilog., et en admettant pour le poids du mètre cube le nombre donné au n° **1020**?

1024. Trouver les dimensions du litre, du décalitre et de l'hectolitre pour les matières sèches, sachant que ce sont des cylindres dont la hauteur égale le diamètre.

1025. Trouver les dimensions du demi-litre, du litre et du double litre pour les liquides, sachant que ce sont des cylindres dont la hauteur est double du diamètre.

1026. Le *flan*, qui devient la pièce de 5 fr. quand il a reçu l'empreinte, est un cylindre de $0^m,037$ de diamètre; on demande son épaisseur, sachant que le centimètre cube d'argent pèse $10^{gr},474$, et que le centimètre cube de cuivre pèse $8^{gr},788$. On suppose qu'en alliant les deux métaux, il n'y a ni accroissement ni diminution du volume total.

1027. On demande la capacité du bassin dont il a été question au n° **1015**.

1028. On demande le diamètre d'un boulet de 12 kilogr., sachant que le décimètre cube de fonte pèse $7^k,2$.

1029. Une boule creuse en cuivre a 1 décimètre de diamètre; et, remplie de plomb, elle pèse $5^k,716$. On demande son diamètre intérieur, sachant que le décimètre cube de cuivre pèse $8^k,788$, et le décimètre cube de plomb $11^k,352$.

1030. Quel diamètre faut-il donner à un bassin ayant la forme d'une demi-sphère pour que la capacité soit 1 hectolitre?

1031. Un bassin ayant la forme d'une demi-sphère de $1^m,20$ de diamètre, a été rempli d'eau jusqu'à $0^m,30$ de son centre; on demande la quantité d'eau contenue.

1032. On a à construire une chaudière ayant la forme d'un cylindre terminé par deux demi-sphères; la longueur totale mesurée à l'intérieur doit être le quadruple du diamètre mesuré de la même manière; et la capacité doit être de 45 hectolitres; quel diamètre intérieur faut-il lui donner?

1033. On emploie comme excentrique dans certaines machines une pièce prismatique dont la base s'obtient en traçant un triangle équilatéral et en décrivant de chaque sommet comme centre, avec un rayon égal au côté du triangle, un arc de cercle terminé aux deux autres sommets. Une pareille pièce en acier ayant $0^m,03$ d'épaisseur s'est trouvée peser $1^k,339$; on demande le côté du triangle équilatéral qui a servi à tracer sa base, sachant que le décimètre cube d'acier pèse $7^k,816$.

§ 2. Questions de Physique appliquée.

1034. On sait que l'on appelle *unité de chaleur* la quantité de chaleur nécessaire pour élever d'un degré centigrade la température de 1 kilog. d'eau; et que la *chaleur spécifique* d'un corps est le nombre d'unités de chaleur nécessaire pour élever d'un degré la température de 1 kilog. de ce corps.

On demande le nombre d'unités de chaleur nécessaire pour faire passer la température d'un morceau de fer pesant 15 kilog., de 10° à 350°, sachant que, dans ces limites, la chaleur spécifique de ce métal est 0,1255.

1035. De quel volume d'eau pourrait-on élever la température de 10° à 35° avec la quantité de chaleur calculée au numéro précédent?

1036. Pour connaître la température d'un foyer, on y introduit un morceau de fer pesant 12 kilog.; lorsqu'il a pris la température du foyer, on le retire et on le plonge dans un vase contenant 50 litres d'eau à 11°; on observe que la température de cette eau s'élève alors à 26°. On demande la température du foyer, en admettant le nombre 0,1255 pour la chaleur spécifique du fer.

1037. Pour déterminer la puissance calorifique des bois, on a observé le poids de glace qui pouvait être fondu par la combustion de 1 kilog. de chaque espèce de bois. On a trouvé pour le bois de chêne ordinaire 32 kilog. de glace, et pour le tilleul préalablement desséché 49 kilog. On demande la puissance calorifique

de ces deux espèces de bois, sachant qu'il faut 79 unités de chaleur pour fondre 1 kilog. de glace.

1038. Dans une expérience faite à l'établissement des bains du pont Marie, on a brûlé 200 kilog. de bois pelard pour élever de 0° à 85° la température de 710 litres d'eau. On demande la puissance calorifique du bois expérimenté.

1039. On admet que la puissance calorifique des bois n'est due qu'au carbone qu'ils renferment; la puissance calorifique du carbone ayant été trouvée de 7200 unités de chaleur, on demande combien une espèce de bois dont la puissance calorifique est de 3650 unités de chaleur, renferme de carbone pour 100.

1040. Un stère de bois dur, pesant 375 kilog., donne 80 kilog. de charbon, renfermant 85 pour 100 de carbone; on demande de déduire de ces données la puissance calorifique du charbon de bois, et le rapport qui existe entre la quantité de chaleur produite par la combustion du charbon et la quantité de chaleur qui eût été produite par la combustion complète du bois employé à sa fabrication. (On admettra le nombre 3600 pour la puissance calorifique du bois).

1041. Pour les combustibles qui renferment de l'hydrogène en excès, c'est-à-dire en sus de celui qui entre dans la composition de l'eau, on admet que la puissance calorifique est due à la fois au carbone et à l'hydrogène en excès.

On a trouvé qu'une tourbe, renfermant 58 pour 100 de carbone et 2 pour 100 d'hydrogène en excès, avait

une puissance calorifique représentée par 4870 unités de chaleur; et qu'une houille grasse renfermant 90 pour 100 de carbone et 4 pour 100 d'hydrogène en excès, avait une puissance calorifique représentée par 7868 unités de chaleur. On demande de déduire de ces données la puissance calorifique du carbone et celle de l'hydrogène.

1042. On demande le volume d'air nécessaire pour brûler 1 kilog. de carbone, sachant : 1° que l'oxygène n'entre dans l'air atmosphérique que pour 0,21 de son volume; 2° que, dans l'acide carbonique produit de la combustion, le poids de l'oxygène est au poids du carbone comme 8 est à 3; 3° que la densité de l'oxygène est 1,1026 par rapport à l'air; 4° qu'un mètre cube d'air pèse 1k,3.

1043. On demande de déduire du numéro précédent la quantité d'air nécessaire pour brûler 1 kilog. de bois dur, et 1 kilog. de charbon de bois.

1044. Le poids d'oxygène nécessaire pour réduire en eau un poids donné d'hydrogène, est 8 fois celui de l'hydrogène. D'après cela, on demande le volume d'air nécessaire pour brûler 1 kilog. de tourbe ou 1 kilog. de houille grasse dans les conditions indiquées au n° **1041**.

1045. Dans nos foyers, tout l'oxygène n'est pas employé à la combustion; quand le combustible est du bois, le tiers de l'oxygène qui passe dans le foyer en sort sans avoir été absorbé; pour les autres combustibles, au lieu du tiers, c'est la moitié. On demande,

d'après cela, le volume d'air qui doit traverser un foyer pour brûler 1 kilog. de bois dur, de charbon de bois, de tourbe ou de houille grasse.

1046. On veut comparer, au point de vue de l'économie :

1° Un bois dur, dont le stère, pesant 375 kilog., vaut 20 fr.;

2° Un charbon de bois, dont l'hectolitre, pesant 20 kilog., vaut 4 fr.;

3° Une houille grasse, dont l'hectolitre, pesant 84 kilog., vaut 5 fr.

On demande quel serait le prix de 100000 unités de chaleur, en employant ces divers combustibles. On prendra pour leurs puissances calorifiques les nombres 3600, 6000 et 7500.

1047. On démontre (*) que la vitesse de l'air chaud dans une cheminée prismatique ou cylindrique est donnée par la formule

$$v = 0{,}262\sqrt{H.(T-t)}, \qquad [1]$$

dans laquelle v désigne la vitesse en mètres, H la hauteur de la colonne d'air chaud, T sa température, et t la température extérieure.

On demande d'après cela quelle est la vitesse de l'air dans une cheminée de 10 mètres de hauteur, la température de l'air chaud étant 170°, et celle de l'air extérieur 10°.

1048. Dans une cheminée de 12 mètres de haut,

---

* Voir le *Traité de la chaleur*, par Péclet, n° 307.

la vitesse de l'air chaud a été trouvée de $11^m,50$ par seconde; la température extérieure étant de 15°, on demande la température de l'air chaud.

1049. La différence des températures extérieure et intérieure étant de 200°, quelle devrait être la hauteur de la colonne d'air chaud pour que sa vitesse fût de 14 mètres par seconde?

1050. Le volume d'air qui s'écoule dans une seconde par l'orifice supérieur d'une cheminée est le produit de l'aire de cet orifice par la vitesse de l'air chaud; et pour obtenir le poids de l'air écoulé, il faut se rappeler qu'un mètre cube d'air à zéro pèse $1^k,3$ et que les gaz se dilatent des 0,00366 de leur volume à zéro, pour chaque degré d'accroissement de température.

On demande l'expression générale de ce poids, que l'on appelle la *dépense* de la cheminée.

1051. Une cheminée a 15 mètres de haut; sa section est un rectangle de $0^m,60$ de long sur $0^m,40$ de large; la température extérieure est 12°, et l'air chaud est à 200°; on demande la dépense.

1052. Une cheminée de 10 mètres de haut, et dont la section est de $0^{mq},25$, donne une dépense de 2 kilog.; la température extérieure est 12°; quelle est la température de l'air chaud ?

1053. Pour une même cheminée et une même température extérieure, la dépense varie avec la température de l'air chaud.

On demande de rechercher, par les propriétés de l'équation du second degré, si cette dépense est susceptible d'un maximum ou d'un minimum.

1054. On demande le maximum de dépense d'une cheminée de 10 mètres de haut, dont la section est $0^{mq},25$, la température extérieure étant de 10°. On demande en outre la température de l'air chaud.

1055. La toile mouillée, lorsqu'elle a été tordue, contient encore un poids d'eau égal aux $\frac{3}{4}$ du sien. Pour faire sécher 700 kilog. de toile, on a pris de l'air à 15° saturé de vapeur, et, après l'avoir chauffé, on l'a fait passer sur cette toile ; et il est sorti du séchoir saturé, mais à la température de 30°. On demande le poids de l'air employé, sachant que l'air saturé à 15° contient $12^{gr},8$ d'eau par mètre cube, et que l'air saturé à 30° en contient $28^{gr},5$. (On suppose que l'on opère sous la pression normale de 76 centimètres de mercure.)

1056. On demande quelle devait être la température de l'air à son entrée dans le séchoir, sachant qu'un kilogramme d'eau exige, pour se réduire en vapeur sans changer de température, 537 unités de chaleur, et que la chaleur spécifique de l'air est 0,267, celle de l'eau étant prise pour unité.

1057. Quel est le nombre d'unités de chaleur nécessaire pour élever l'air de la température de 15° à celle que l'on vient d'obtenir ?

1058. Quelle serait la quantité de houille qui produirait ce nombre d'unités de chaleur, en prenant le

nombre 7500 pour la puissance calorifique de ce combustible; et à combien s'élèverait la dépense pour cet objet, en admettant que cette houille pèse 84 kilog. par hectolitre et vaille 4f,90; et que la chaleur perdue soit les trois quarts de la chaleur produite.

1059. Un établissement de bains a donné dans une année 35714 bains; chaque bain était de 280 litres; l'eau, prise à une température moyenne de 6°, était élevée à 30°. Pour chauffer cette eau, on a brûlé 640 stères de bois pelard, pesant 385 kilog. en moyenne. Si l'on suppose que la puissance calorifique de ce bois soit représentée par 3000, on demande quelle est la fraction de la chaleur produite qui a été utilisée.

1060. Le bois dont il vient d'être question était payé 15 fr. le stère; et il faut ajouter au prix total 450 fr. pour frais de transport. On demande à combien revenait chaque bain.

1061. A combien serait revenu chaque bain si, au lieu de bois, on eût employé de la houille pesant 84 kilog. par hectolitre, valant 5 fr. l'hectolitre, y compris le transport, et ayant une puissance calorifique représentée par 7500?

1062. Dans une fabrique de toiles peintes, on a à élever successivement de 10° à 100° une série de cuves de teinture; on suppose qu'on ait à échauffer ainsi 1200 litres de liquide par heure, et qu'on se serve pour cela de la condensation de la vapeur; on demande : 1° quel poids de vapeur il faudra produire par heure; 2° quelle devra être la *surface de chauffe* de la

chaudière qui produit cette vapeur, sachant qu'un mètre carré de surface de chauffe produit en moyenne 18 kilog. de vapeur par heure.

1063. Une locomotive a une vitesse de 60 kilom. à l'heure; ses roues motrices ont $1^m,70$ de diamètre; ses cylindres ont $0^m,35$ de diamètre intérieur, et la course du piston est de $0^m,80$. On demande : 1° le volume de vapeur que la machine dépense par heure; 2° le poids de cette vapeur, sachant que sa densité est les $\frac{5}{8}$ de celle de l'air, et que sa température est d'environ 150°; 3° le nombre d'unités de chaleur nécessaires pour produire cette vapeur, sachant que, dans les circonstances indiquées, il faut 650 unités de chaleur par kilogramme; 4° le poids de houille nécessaire pour produire ce nombre d'unités de chaleur; 5° le prix de cette houille, en supposant que l'hectolitre de 84 kilog. vaille 5 fr.

1064. L'aire de l'orifice de la soupape de sûreté, dans une machine à vapeur, doit, d'après les règlements, satisfaire à la formule

$$a = \frac{1,32.S}{n - 0,412},$$

dans laquelle a désigne l'aire de l'orifice rapporté au centimètre carré, S la surface de chauffe rapportée au mètre carré, et n le nombre d'atmosphères qui exprime la pression de la vapeur dans la chaudière.

Dans une machine où la vapeur se forme à 5 atmosphères, et dont la surface de chauffe est de 15 mètres carrés, quel doit être le diamètre de l'orifice de la soupape de sûreté supposé circulaire ?

1065. Dans une machine à vapeur dont la surface de chauffe est de 30 mètres carrés, le diamètre de l'orifice de la soupape de sûreté a été fixé à 6 centimètres; quelle est la pression de la vapeur dans la chaudière ?

1066. On demande de quel poids doit être chargée la soupape dans les deux exemples qu'on vient de traiter (**1064** et **1065**).

1067. La quantité de chaleur qui s'écoule par mètre carré et par heure au travers d'un mur en pierres de taille dont l'épaisseur est e, lorsque la température intérieure est T, et la température extérieure t, est exprimée par la formule (*)

$$U = \frac{7,2(T-t)}{9e+0,8}.$$

On demande quelle serait cette quantité de chaleur si la température intérieure était de 15°, la température extérieure de — 5°, et si le mur avait 0^{m},50 d'épaisseur.

1068. Quelle épaisseur faudrait-il donner au mur pour réduire la perte de chaleur à 20 unités, dans les mêmes conditions de température ?

§ 3. Questions de Chimie appliquée.

1069. On sait que les *équivalents* des corps sont les quantités pondérables de ces corps qui peuvent se

* Voir le *Traité de la chaleur* de Péclet, n°s 1945 et 1947.

remplacer mutuellement dans les combinaisons, et que la composition chimique d'un corps s'indique en écrivant à la suite les unes des autres les lettres adoptées pour représenter les corps simples, affectées chacune d'un exposant égal au nombre d'équivalents de ce corps simple qui entrent dans le corps composé. Nous rappelons ci-dessous les équivalents des principaux corps simples, et les lettres affectées à la représentation de ces corps.

Corps.	Notation.	Équivalent.
Hydrogène,	H	1
Oxygène,	O	8
Soufre,	S	16
Chlore,	Cl	35,43
Azote,	Az	14
Phosphore,	Ph	32
Arsenic,	As	75
Antimoine,	Sb	129
Carbone,	C	6
Silicium,	Si	21,35
Potassium,	K	39,14
Sodium,	Na	23
Barium,	Ba	68,64
Calcium,	Ca	20
Aluminium,	Al	13,67
Magnesium,	Mg	12
Manganèse,	Mn	27,87
Fer,	Fe	28
Zinc,	Zn	33
Étain,	Sn	58,82
Plomb,	Pb	103,56
Cuivre,	Cu	31,78
Mercure,	Hg	100
Argent,	Ag	108

On demande, d'après cela, les équivalents :

Du *chlorure de sodium*, dont la formule chimique est		$NaCl$
De l'*acide sulfurique hydraté*,	—	SO^3,HO
De l'*acide chlorhydrique*,	—	H,Cl
Du *sulfate de soude*,	—	NaO,SO^3

1070. On demande quel est le poids de chacun des corps simples qui entrent dans la composition de 100 grammes de chacun des corps composés qui viennent d'être nommés au numéro précédent.

1071. Dans la fabrication de la soude, on traite d'abord le chlorure de sodium par l'acide sulfurique; il se produit du sulfate de soude et de l'acide chlorhydrique.

Si l'on traite ainsi 500 kilog. de chlorure de sodium, on demande : 1° quel poids d'acide sulfurique hydraté il faudra employer; 2° quel sera le poids du sulfate de soude produit; 3° quel sera le poids de l'acide chlorhydrique.

1072. Le sulfate de soude est converti en carbonate de soude par l'action, à une haute température, d'un mélange de carbonate de chaux, dont la formule est CaO,CO^2, et de charbon. Il se forme du carbonate de soude, NaO,CO^2 et un oxysulfure de calcium.

On demande combien le poids de sulfate de soude obtenu au numéro précédent donnera de carbonate de soude; et combien il faudra employer de carbonate de chaux pour l'obtenir.

1073. Pour obtenir la soude, on traite ensuite le carbonate de soude par la chaux, dont la formule est

CaO. On demande combien le poids de carbonate de soude obtenu au numéro précédent donnera de soude, et quel poids de chaux il aura fallu employer.

1074. Si l'on n'avait voulu obtenir que le poids de la soude qu'on peut fabriquer avec 500 kilog. de chlorure de sodium, on aurait pu le déduire des équivalents du chlorure de sodium et de la soude; on demande de vérifier, par ce moyen, le poids de soude obtenu au numéro précédent.

1075. Pour analyser un mélange de chlorure de sodium et de chlorure de potassium, on se fonde sur ce que, dissous dans 4 fois son poids d'eau, le premier produit un abaissement de température de 1°,9, et le second un abaissement de 11°,4.

Pour analyser 60 grammes de ce mélange, on l'a dissous rapidement dans 4 fois son poids d'eau, et on a observé un abaissement de température 4°,8. On demande combien le mélange contient de l'un et de l'autre sel.

1076. Dans la fabrication des glaces, où l'on a besoin de verres très-fusibles, on emploie un verre dont la composition peut être représentée par 2 équivalents de silice (dont la formule est SiO^3), 3 équivalents de chaux et 3 équivalents de potasse. On demande combien sur 100 grammes de ce verre il y a de chacune des trois substances.

1077. Dans la gobeleterie, où l'on a besoin au contraire de verres peu fusibles, on emploie un verre qui, sur 100 grammes, contient 61gr,68 de silice, 14gr,28 de

chaux et 24^{gr},04 de potasse. Combien faut-il prendre d'équivalents de chacune des trois substances pour représenter la composition de ce verre?

1078. Lorsque, dans une dissolution d'azotate d'argent (AgO, AzO^5) on verse une quantité suffisante d'une dissolution de chlorure de sodium ($NaCl$), il se fait une double décomposition : il se forme un chlorure d'argent qui est précipité, et il reste dans la liqueur de l'azotate de soude. On demande quel poids de chlorure de sodium il faut employer pour précipiter 1 gramme d'argent pur d'une dissolution où il se trouve à l'état d'azotate.

1079. Lorsqu'au lieu d'opérer sur un azotate d'argent seul, on opère sur un azotate d'argent et de cuivre, l'argent est précipité, mais le cuivre reste dans la liqueur. On demande quel poids d'un alliage monétaire au titre légal de 0,900, il faudrait dissoudre dans l'acide azotique pour que tout l'argent fût précipité par une dissolution contenant 0^{gr},541 de sel marin.

1080. Quel poids d'alliage faudrait-il prendre s'il était au titre de 0,897?

1081. La tolérance sur la monnaie d'argent n'étant que de 2 millièmes, si l'on dissout 1^{gr},1148 de l'alliage à essayer dans l'acide azotique et qu'on y verse une dissolution contenant 0^{gr},541 de sel marin, que l'on appelle la liqueur normale, tout l'argent n'aura pas été précipité. Pour déterminer ce qui reste, on emploie une dissolution dite *liqueur décime*, qui contient 0^{gr},541 de sel marin par litre. On verse cette dissolu-

tion peu à peu dans la dissolution d'argent jusqu'à ce qu'il ne se forme plus de précipité. On suppose qu'il ait fallu verser ainsi 5 centimètres cubes de la liqueur décime, on demande quel est le titre de l'alliage.

1082. Quel eût été le titre de l'alliage essayé s'il n'avait fallu verser qu'un centimètre cube de la liqueur décime?

1083. Pour préparer l'eau de Seltz artificielle, on fait dissoudre, dans un vase clos, d'une capacité de 2 litres, rempli d'eau, 22 grammes de bi-carbonate de soude, dont la formule chimique est $NaO, 2CO^2 + HO$, et une quantité convenable d'acide tartrique (17 grammes); l'acide carbonique est mis en liberté et reste dissous dans l'eau. On demande quelle pression ce gaz supporte, sachant que la pression d'une même masse de gaz varie en raison inverse de son volume, et que la densité de l'acide carbonique par rapport à l'air est 1,524.

1084. Quel poids de bi-carbonate de soude faudrait-il employer, si la capacité du vase était de 1 litre $\frac{1}{2}$, pour que la pression supportée par l'acide carbonique fût de 5 atmosphères?

1085. Pour analyser une substance organique qui ne contient que de l'oxygène, de l'hydrogène et du carbone, on utilise la propriété qu'a l'oxyde de cuivre de réduire ces matières à une température élevée en convertissant l'hydrogène en eau et le carbone en acide carbonique.

Les gaz, produits de la réaction, passent dans une

série de tubes, contenant les uns de la pierre ponce imbibée d'acide sulfurique qui absorbe la vapeur d'eau, les autres de la potasse caustique qui absorbe l'acide carbonique.

On suppose qu'on ait opéré sur $0^{gr},5$ de matière ; que les tubes contenant l'acide sulfurique aient éprouvé une augmentation de poids de $0^{gr},473$ et les tubes contenant la potasse une augmentation de poids de $1^{gr},448$; on demande la composition de la matière en centièmes.

1086. On demande de déduire de l'analyse qui précède la formule chimique de la matière analysée.

1087. Pour déterminer la quantité d'azote contenue dans une matière organique, on la traite comme précédemment (**1085**), avec cette différence qu'on chasse préalablement l'air de l'appareil à l'aide d'un courant d'acide carbonique, et qu'on recueille les gaz, produits de la réaction, dans une éprouvette pleine de mercure où l'on a fait passer de la potasse concentrée. La vapeur d'eau se condense ; l'acide carbonique est absorbé par la potasse, et l'on recueille l'azote, qu'il ne reste plus qu'à dessécher.

On suppose qu'en opérant sur 1 gramme de la matière, on ait recueilli 92 centimètres cubes d'azote sec, à la température de 13° et sous une pression atmosphérique exprimée par 75,4 centimètres de mercure. On demande combien la matière analysée renferme d'azote pour 100, sachant que la densité de ce gaz est 0,976 par rapport à l'air.

1088. On emploie une autre méthode pour déterminer la quantité d'azote contenue dans une matière organique : elle consiste à traiter la matière à une haute température, par un mélange de chaux et de soude caustique hydratée; tout l'azote de la matière est converti en ammoniaque, que l'on reçoit dans un tube contenant 10 centimètres cubes d'une dissolution titrée d'acide sulfurique. La diminution du titre fait connaître la quantité d'ammoniaque absorbée.

Nous supposerons que la dissolution d'acide sulfurique contienne 70 pour 100 d'acide sulfurique monohydraté, dont la formule est SO^3,HO; sa densité, à 15°, sera 1,615 par rapport à l'eau.

Nous supposerons, en second lieu, qu'il faille 95 centimètres cubes d'une dissolution titrée de chaux pour saturer exactement les 10 centimètres cubes, et qu'après l'absorption de l'ammoniaque il ne faille plus que 91,2 centimètres cubes pour opérer cette même saturation.

On demande de déduire de ces données le poids d'azote contenu dans la matière analysée et la proportion pour 100 de ce corps, sachant qu'on a opéré sur $0^{gr},5$ de matière.

1089. Dans la fermentation alcoolique, chaque équivalent de glucose, dont la formule est $C^{12}H^{12}O^{12}$, donne 4 équivalents d'acide carbonique, $4(CO^2)$, et 8 équivalents d'alcool, $2(C^4H^6O^2)$.

On demande le poids d'alcool qui pourrait être fourni par 1 kilog. de glucose, et le volume d'acide carbonique qui se dégagerait à la température de 15°.

1090. Un vin de Bourgogne contient 11 pour 100 d'alcool, et sa densité est 0,991 ; on demande quelle a été la quantité de glucose nécessaire pour produire l'alcool contenu dans une pièce de ce vin, dont la capacité est de 230 litres.

1091. L'eau de la Seine contient par hectolitre 16^{gr},55 de carbonate de chaux et 0^{gr},27 de carbonate de magnésie ; l'eau de la Marne contient par hectolitre 30^{gr},10 du premier carbonate et 12 grammes du second. Dans un mélange de ces deux eaux, on a trouvé 20^{gr},465 de carbonate de chaux et 4^{gr},362 de carbonate de magnésie ; on demande combien il entre d'eau de chacune des deux rivières dans le mélange analysé.

1092. La farine blanche contient environ 10,66 pour 100 de matières azotées; et l'on sait que 157 kilog. de farine devraient, d'après les règlements, donner 102 pains de 2 kilogrammes. Or, on trouve que le pain blanc de Paris ne contient que 7,02 pour 100 de matières azotées; on demande combien il faudrait supposer que les boulangers de Paris fissent de pains de 2 kilog. en sus des 102 que doit donner le sac de farine pour expliquer cette différence.

1093. Si les boulangers de Paris ne font réellement que 104 pains de 2 kilog. avec un sac de farine, quelle est la proportion de matières contenues dans la farine employée ?

1094. La viande contient 21 pour 100 de matières azotées. Quel est le poids de viande qui équivaut, sous ce rapport, à 1 kilog. de pain ?

1095. Pour que l'homme puisse vivre, il faut qu'il absorbe journellement 310 grammes de carbone en moyenne. Or, on a reconnu que 100 grammes de pain contiennent 30 grammes de carbone, et que 100 grammes de viande contiennent 11 grammes de carbone. On demande quel poids il faudrait de l'un ou de l'autre de ces deux aliments pour fournir à la consommation journalière d'un homme.

1096. On voit que le pain ne fournit pas assez de matières azotées, et que la viande ne fournit pas assez de carbone. Il faut pour la nourriture journalière de l'homme 130 grammes de matières azotées. On a vu que 1000 grammes de pain contiennent 70^{gr},2 de ces matières, et que 1000 grammes de viande contiennent 210 grammes de ces mêmes matières. Combien faut-il de l'un ou de l'autre de ces deux aliments pour fournir à la consommation journalière de l'homme en matières azotées?

1097. On demande quelle quantité de pain et de viande il faut faire entrer dans l'alimentation journalière de l'homme pour fournir à la fois la quantité de carbone et la quantité de matières azotées nécessaire.

§ 4. Questions de Mécanique appliquée.

1098. Lorsqu'une force constante agit dans la direction du chemin décrit par son point d'application, son *travail* est le produit de la force par le chemin. L'unité du travail est le *kilogrammètre,* ou le travail

nécessaire pour élever un poids d'un kilogramme à une hauteur d'un mètre.

On demande d'évaluer en kilogrammètres le travail d'une force de 65 kilog., dont le point d'application a parcouru dans le sens de cette force un chemin de $13^m,80$.

1099. Quel chemin faut-il faire parcourir au point d'application d'une force constante de 250 kilog., dans la direction de cette force, pour produire un travail de 2000 kilogrammètres ?

1100. Quelle est la force constante qui produirait un travail de 500 kilogrammètres si elle était appliquée à un mobile parcourant 80 mètres dans la direction de cette force ?

1101. Lorsque la force est variable, bien qu'agissant toujours dans le sens du chemin décrit par son point d'application, il faudrait, pour obtenir son travail total, diviser le chemin en un nombre infini de parties infiniment petites, multiplier chacune d'elles par la valeur sensiblement constante qu'avait la force pendant que son point d'application parcourait ce chemin élémentaire, et faire la somme de tous les produits analogues.

On obtient une approximation suffisante pour les besoins de la pratique en opérant de la manière suivante. On divise le chemin parcouru en un nombre pair de parties égales, et l'on fait le tableau des valeurs que prend la force quand son point d'application arrive en chacun des points de division, ainsi qu'aux deux ex-

trémités du chemin. Ces valeurs étant rangées par ordre, on fait la somme des valeurs extrêmes, on y ajoute 4 fois la somme des valeurs intermédiaires de rang pair, plus 2 fois la somme des valeurs de rang impair, et l'on multiplie la somme totale par le tiers d'une des divisions du chemin parcouru.

Un gaz est contenu dans un cylindre fermé à l'un de ses bouts par une paroi plane fixe, à l'autre par un piston mobile; il exerce sur ce piston un effort de $1814^k,40$; on le laisse se détendre jusqu'à ce qu'il occupe un volume 5 fois plus grand; et l'on demande : 1° d'évaluer le travail produit pendant cette détente, sachant que la hauteur du volume cylindrique primitivement occupé par le gaz était de $0^m,30$. On demande : 2° de comparer le résultat obtenu avec celui que donnerait la formule exacte

$$1814^k,40 \times 0^m,30 \times \log' 5$$

dans laquelle log' indique un logarithme népérien, c'est-à-dire un logarithme pris dans le système dont la base est $e = 2,71828....$

1102. Lorsqu'un mobile est lancé verticalement dans le vide avec une certaine vitesse, la hauteur à laquelle il parvient avant de redescendre, se nomme la *hauteur due* à cette vitesse. On l'obtient en divisant le carré de la vitesse par le double du nombre $9^m,8088$.

On demande la hauteur due à une vitesse de 1 m., à une vitesse de 10 m., à une vitesse de 100 m., à une vitesse de 1000 m., par seconde.

1103. La *force vive* d'un corps animé d'un mou-

vement de translation, c'est-à-dire dont tous les points ont la même vitesse, est le produit du poids mobile par la hauteur due à cette vitesse.

On demande la force vive d'un boulet de 12 kilog., ayant, au sortir de l'âme de la pièce, une vitesse de 500 m., par seconde. (L'unité de force vive est la même que l'unité de travail, c'est-à-dire le kilogrammètre.)

1104. Quel poids devrait avoir un mobile animé d'une vitesse de 40 m. par seconde pour que sa force vive fût de 600 kilogrammètres ?

1105. Quelle vitesse faudrait-il donner à un mobile dont le poids est de 250 kilog., pour que sa force vive fût de 1 000 kilogrammètres ?

1106. Lorsqu'un corps tourne autour d'une axe, la vitesse d'un point placé à 1 m. de distance de l'axe se nomme la *vitesse angulaire* de ce corps. On demande la vitesse angulaire d'un corps tournant uniformément autour d'un axe, en faisant 80 tours par minute.

1107. Un corps qui se meut uniformément autour d'un axe, a une vitesse angulaire de 50 m.; combien fait-il de tours par minute ?

1108. Lorsqu'un corps tourne autour d'un axe, sa force vive se calcule comme si tout son poids était concentré en un certain point dont la distance à l'axe se nomme *rayon de gyration*. Dans un cylindre homogène, le carré du rayon de gyration est la moitié du carré du rayon du cylindre.

On demande la force vive d'un cylindre en fonte ayant $0^m,10$ de hauteur et $0^m,20$ de rayon, qui tourne autour de son axe en faisant 200 tours par minute.

1109. On démontre que, dans le mouvement d'un corps ou d'un système de corps, l'accroissement de force vive, entre deux instants déterminés, est égal au travail des forces mouvantes diminué du travail des forces résistantes.

L'âme d'une pièce de 24, dont le boulet pèse 12 kilog., a une longueur de $3^m,10$; mais, à cause de la place occupée par la charge, le boulet ne parcourt que $2^m,75$ avant de sortir de l'âme.

En supposant que le mouvement du boulet soit produit par une force constante, quelle serait l'intensité de cette force (on néglige les forces résistantes, telles que le frottement et la résistance de l'air)?

1110. On suppose que le cylindre dont il a été question au nº **1108** soit soumis à deux forces constantes, tangentes à sa surface et perpendiculaires à son axe, l'une résistante et égale à 100 kilog., l'autre motrice. Quelle devra être la force motrice pour que le cylindre, partant du repos, ait acquis, au bout de 10 tours, une vitesse de 200 tours par seconde.

1111. Un manœuvre, agissant avec ses pieds sur une roue à tambour, à la hauteur de l'axe, exerce un effort de 60 kilog. en moyenne, et imprime au point d'application de cet effort une vitesse de $0^m,15$; sa journée étant de 8 heures, on demande le travail journalier.

1112. Un manœuvre, agissant sur une manivelle, exerce un effort de 8 kilog., et, dans une journée de 8 heures, produit un travail exprimé par 172800 kilogrammètres. On demande la vitesse moyenne qu'il imprime au point d'application de son effort.

1113. Un cheval, attelé à un manége et allant au pas, c'est-à-dire avec une vitesse de $0^{m},90$, développe, dans une journée de 8 heures, un travail exprimé par 1166400 kilogrammètres ; on demande l'effort moyen qu'il exerce.

1114. Pour évaluer le travail continu des machines, on emploie, sous le nom de *cheval-vapeur*, une unité qui équivaut à 75 kilogrammètres par seconde. On demande, d'après ce qui a été dit au numéro précédent, combien il faudrait de chevaux effectifs pour remplacer une machine à vapeur dite de 10 chevaux, laquelle est supposée travailler jour et nuit sans relâche.

1115. La *dépense* d'un cours d'eau qui sort d'une retenue par l'orifice d'une vanne, c'est-à-dire le volume d'eau qui s'écoule en une seconde par cet orifice, est donné par la formule

$$Q = 0{,}62.A\sqrt{2gH},$$

dans laquelle Q désigne la dépense, A l'aire de l'orifice, et H la hauteur comprise entre le niveau de l'eau en amont de la vanne, et le dessus de la lame d'eau qui sort de la vanne, à l'endroit où la contraction de cette lame cesse. (La lettre g représente $9^{m},8088$.)

On demande la dépense d'un cours d'eau sortant par une vanne dont l'orifice rectangulaire a $0^m,60$ de largeur et $0^m,40$ de hauteur; la distance H étant de $1^m,75$.

1116. Dans le cas où l'eau s'écoule en *déversoir* au-dessus de la retenue, la dépense est donnée par la formule

$$Q = 0{,}42 L h \sqrt{2gh},$$

dans laquelle L représente la largeur du canal, et h la hauteur du niveau en amont de la retenue au-dessus du seuil du déversoir.

La largeur L étant supposée de 5 m., quelle devrait être la hauteur h pour que la dépense fût la même qu'au numéro précédent?

1117. La *vitesse moyenne* d'un cours d'eau est le quotient de la dépense par la section transversale du courant. Dans les cours d'eau réguliers la vitesse moyenne diffère peu des $\frac{4}{5}$ de la vitesse de l'eau à la surface.

Pour *jauger* un cours d'eau, c'est-à-dire pour déterminer la dépense, on peut observer, à l'aide d'un flotteur, la vitesse à la surface, en déduire la vitesse moyenne, et multiplier par l'aire de la section transversale.

On suppose que l'aire de la section transversale soit de $7^{mq},40$, et que la vitesse à la surface soit de $1^m,05$; on demande la dépense.

1118. Lorsqu'un canal a une section transversale

constante et une pente uniforme, on peut, pour jauger le cours d'eau, faire usage de la formule

$$RI = aU + bU^2,$$

dans laquelle R désigne le quotient de la section transversale par le *périmètre mouillé*, c'est-à-dire par la portion du contour de cette section qui est sous l'eau, I la pente du lit par mètre de longueur, U la vitesse moyenne, a et b des coefficients numériques qui ont pour valeur $a = 0,000024$, et $b = 0,000366$.

On suppose que la section soit un trapèze ayant 2 m. de profondeur, 7 m. de base supérieure, 4 m. de base inférieure; et que la pente du lit soit de $0^m,0002$ par mètre; on demande de déduire de la formule ci-dessus la dépense du cours d'eau.

1119. La *puissance absolue* d'une chute d'eau est le produit du poids d'eau qui s'écoule en une seconde, par la hauteur de chute, c'est-à-dire par la différence du niveau entre le *bief* d'amont et le bief d'aval.

On demande : 1° d'exprimer la puissance absolue de la chute considérée au n° **1115**; 2° de trouver à combien de chevaux-vapeur cette puissance équivaudrait, si elle pouvait être utilisée sans perte.

1120. La meilleure roue hydraulique n'utilise que les 0,80 de la puissance absolue d'une chute; quelle serait, dans cette hypothèse, le travail que la chute d'eau considérée au numéro précédent pourrait mettre à la disposition d'une usine?

1121. Le maximum de travail transmis par un moulin à vent est exprimé par la formule

$$T = 0{,}13 . A . V^3,$$

dans laquelle T désigne le travail exprimé en kilogrammètres, A la surface d'une aile exprimée en mètres carrés, et V la vitesse du vent exprimée en mètres.

Une aile a ordinairement 8 mètres à partir de l'axe; sa superficie est d'environ 16^{mq}; et sa marche est la plus avantageuse quand son extrémité a une vitesse égale aux $\frac{3}{8}$ de celle du vent.

Dans ces conditions, quel serait le travail transmis si les ailes faisaient 30 tours par minute.

1122. On démontre que le travail transmis par une machine à vapeur à détente et à condensation, pour chaque kilogramme de houille brûlé, peut être représenté par la formule

$$T = 110000^{km}.\left(1 + \log' n - \frac{p}{P}\right),$$

dans laquelle T désigne le travail transmis en kilogrammètres, n le coefficient de la détente, c'est-à-dire le rapport du volume de la vapeur après la détente à son volume primitif, p la pression dans le condenseur et P la pression de la vapeur à la fin de la détente. (La caractéristique log' indique que le logarithme de n est pris dans le système dont la base est $e = 2{,}71828...$)

On demande le travail transmis par une machine de cette espèce dans laquelle la détente a lieu jusqu'à 5 fois le volume primitif, la pression à la fin de la dé-

tente étant supposée d'une atmosphère, et la pression dans le condenseur de $\frac{1}{10}$ d'atmosphère.

1123. Dans les machines sans condensation, la pression p dans le condenseur se trouve remplacée par la pression atmosphérique; quel serait le travail transmis par une machine à vapeur sans condensation, les autres données étant les mêmes qu'au numéro précédent?

1124. Le piston d'une machine à vapeur a $0^m,6$ de diamètre, sa course est de $1^m,40$, et il fait 90 courses par minute; la vapeur est admise dans le cylindre à une pression de 2 atmosphères $\frac{1}{2}$; mais l'orifice d'admission se ferme quand le piston a parcouru le quart de sa course, et le reste de la course s'achève en vertu de la détente; la pression dans le condenseur est évaluée à 0,1 d'atmosphère. La pression atmosphérique sur 1 mètre carré de surface équivaut à 10334 kilog.

On demande 1° la force de la machine en chevaux; 2° la dépense de combustible par cheval et par heure, sachant que la machine n'utilise que les 0,45 du travail que pourrait fournir la vapeur sortant de la chaudière.

1125. Une locomotive qui brûle habituellement $4^k,8$ de houille par cheval et par heure, a brûlé en une heure 288 kilogrammes de ce combustible. On demande le chemin qu'elle a parcouru, sachant que la vapeur se forme dans la chaudière à une pression de 5 atmosphères; que la détente a lieu jusqu'à 5 fois le volume primitif admis dans le cylindre; que le dia-

mètre intérieur des cylindres est de $0^m,32$, et la course du piston de $0^m,80$; que les roues motrices ont un diamètre de $1^m,60$; enfin que la machine n'utilise que les 0,32 du travail qui serait produit par la vapeur sortant de la chaudière. (On se rappellera que dans les locomotives il n'y a pas de condensation.)

1126. La force nécessaire pour faire monter un fardeau d'un mouvement uniforme le long d'un plan incliné, peut être calculée par la formule

$$F = P.\frac{b + af}{l},$$

dans laquelle F représente la force motrice parallèle au plan, exprimée en kilogrammes, P le poids du fardeau, b la hauteur du plan, a sa base, l sa longueur, et f le coefficient de frottement, qui ne dépend que de la nature des surfaces en contact.

On demande quelle serait la force nécessaire pour élever ainsi un bloc de pierre pesant 3400 kilogr. sur un plan incliné en bois, dont la base a 15 mètres, et la hauteur 8 mètres, sachant que, dans ce cas, le coefficient de frottement peut être pris égal à 0,3.

1127. Le travail consommé par le frottement d'un engrenage cylindrique, pour un tour de la roue conductrice, est représenté par la formule

$$T = f\pi Na\left(1 + \frac{n}{n'}\right),$$

dans laquelle f désigne le coefficient de frottement, N l'effort qui s'exerce entre les dents en contact; a le pas de l'engrenage, ou la distance entre deux dents

consécutives, d'axe en axe, n le nombre des dents de la roue conductrice et n' le nombre des dents de la roue conduite.

On suppose $f = 0,1$; $N = 1840$ kilog.; $a = 0^m,06$; $n = 60$ et $n' = 90$; on demande quel sera le travail consommé par le frottement.

1128. Si la roue conductrice de l'engrenage considéré au numéro précédent fait 10 tours par minute, quelle est la force de la machine et la fraction de cette force employée à vaincre le frottement de l'engrenage?

1129. Le rayon r qu'il convient de donner à un arbre d'une longueur L pour résister à un effort transversal F, est donné par la formule

$$r = \sqrt[3]{\frac{2FL}{\pi R}},$$

dans laquelle R exprime le coefficient de résistance de la matière employée, coefficient auquel on attribue d'ordinaire les valeurs suivantes :

Pour le bois de chêne,	700000,
Pour la fonte,	8000000,
Pour le fer forgé,	14000000.

Si l'arbre a une longueur de 6 mètres et qu'il soit soumis à un effort transversal de 2000 kilog., quel devra être son diamètre, suivant celle des trois matières ci-dessus qui sera employée?

1130. Un arbre en fonte a 8 mètres de long et $0^m,20$ de diamètre; on demande à quel effort transversal il pourra résister.

1131. Dans les machines où la force motrice agit par l'intermédiaire d'une bielle et d'une manivelle, le mouvement est ordinairement régularisé par un *volant* dont la partie essentielle est un anneau en fonte monté sur l'axe même de la manivelle. Si la manivelle est à *double effet*, c'est-à-dire si la force motrice agit dans un sens dans le premier demi-tour et en sens contraire dans le second, l'aire de la section de l'anneau est donnée par la formule

$$a = 9{,}337 \cdot \frac{\mathrm{NK}}{n^3\mathrm{R}^3},$$

dans laquelle N désigne le nombre de chevaux-vapeur qui exprime la force de la machine, R le rayon moyen de l'anneau, n le nombre de tours que la manivelle fait par minute, et k ce qu'on pourrait appeler le coefficient de régularité, c'est-à-dire le dénominateur d'une fraction $\frac{1}{k}$ telle, que la vitesse du volant ne s'écarte, en plus ou en moins, que de cette fraction de la vitesse moyenne.

On demande 1° de calculer la section de l'anneau du volant pour une machine de 100 chevaux, dans laquelle la manivelle fait 48 tours par minute ; le rayon moyen étant de 2^{m},50, et sa vitesse ne devant varier que de $\frac{1}{40}$ de la vitesse moyenne en plus ou en moins;

2° On demande, en outre, quel sera le poids du volant, le mètre cube de fonte pesant 7207 kilog.

1132. On sait que le régulateur à force centrifuge se compose d'un losange articulé, tournant autour de sa diagonale verticale; les côtés supérieurs sont pro-

longés vers le bas et portent des boules qui s'écartent ou se rapprochent suivant que la vitesse de rotation augmente ou diminue; il en résulte que le sommet inférieur du losange s'élève ou s'abaisse, et fait ainsi fermer ou ouvrir l'orifice d'admission de la vapeur, ou la vanne par laquelle l'eau arrive sur le récepteur. Le poids de chaque boule est donné par la formule

$$P = p \cdot k \cdot \frac{a}{b},$$

dans laquelle p désigne l'effort que l'extrémité inférieure du losange doit vaincre, a le côté du losange, b la distance du centre de la boule au point d'articulation supérieur, et k la même quantité qu'au numéro précédent.

On suppose que l'effort p soit de 1 kilog.; que le rapport de a à b soit celui de 2 à 3; et que la vitesse ne doive varier que de $\frac{1}{30}$ de la vitesse moyenne en plus ou en moins; quel poids devront avoir les boules?

1133. Quand le mouvement demeure uniforme, la distance verticale entre le point d'articulation supérieur et le plan horizontal passant par le centre des boules est donné par la formule

$$h = \frac{g}{\omega^2},$$

dans laquelle g représente le nombre $9^m,8088$, et ω la vitesse angulaire du régulateur.

Quelle est la hauteur h lorsque l'appareil fait 60 tours par minute?

1134. Une bonne pompe n'utilise guère que les 0,60 du travail moteur qui lui est appliqué. On demande quel travail il faudrait appliquer à un système de pompes pour élever 43200 mètres cubes d'eau en 24 heures à une hauteur de $12^m,50$; et, en supposant qu'on emploie à cet usage une machine à vapeur, de quelle force elle devrait être. On demande en outre quelle sera la consommation de combustible, à raison de 2 kilog. par cheval et par heure.

1135. Dans une scierie mécanique on peut, en tenant compte du temps perdu pour la pose des bois, compter 2 mètres carrés de surface de sciage par cheval et par heure s'il s'agit de bois blanc, et environ un quart en moins s'il s'agit de bois de chêne. On veut établir une scierie qui puisse, en 16 heures de travail journalier, débiter 1000 mètres carrés de bois, moitié chêne, moitié bois blanc. On dispose pour cela d'une chute d'eau de 2 mètres, sur laquelle on se propose d'établir une roue de côté rendant 75 pour 100. De quel volume d'eau faudra-t-il disposer ?

1136. Une paire de meules peut moudre en 24 heures 16 hectolitres de blé, dont le poids moyen est de 75 kilog. l'hectolitre; et l'on compte généralement 4 chevaux-vapeur par paire de meules, avec les accessoires.

On veut établir un moulin où l'on puisse moudre 54 sacs par jour; et l'on dispose pour cela d'une chute d'eau de $2^m,50$ débitant par seconde 1400 litres d'eau. Combien devra-t-on établir de meules, et quel devra

être le rendement de la roue hydraulique? (On se rappelle que le sac de blé pèse, en moyenne, 157 kilog.)

1137. Dans une filature, on peut compter 1 cheval-vapeur pour faire tourner 450 broches. Dans une usine de ce genre, qui fait tourner 5400 broches, le moteur est une ancienne roue en dessous qui n'utilise que les 0,30 de la puissance de la chute. On demande quelle est cette puissance.

1138. Lorsque deux corps non élastiques, dont les poids sont p et p', animés de vitesses v et v' dans le sens d'une même droite, viennent à se rencontrer, ils prennent après le choc une vitesse commune u qui est donnée par la formule

$$u = \frac{pv + p'v'}{p + p'}.$$

Si les poids sont 30 kilog. et 20 kilog., et si les vitesses sont 5 mètres et 3 mètres, quelle sera la vitesse commune après le choc?

1139. Le choc de deux corps non élastiques produit un perte de force vive équivalente à celle d'un corps qui aurait pour vitesse la vitesse relative, et dont le poids serait au poids de l'un des deux corps, comme le poids de l'autre est à la somme des deux poids. On demande quelle serait la perte de force vive dans le choc des deux corps dont il a été question au numéro précédent.

1140. Quelles seraient la vitesse après le choc, et la perte de force vive, si les deux corps avaient le même poids et des vitesses égales et de sens contraire?

1141. Dans le battage des pilots, il faut, pour qu'on ait atteint un degré de solidité suffisant, que dans les 30 derniers coups d'un mouton pesant 400 kilog., et tombant d'une hauteur de $1^{m},30$, l'enfoncement du pilot soit au plus de 5 millimètres. On demande quelle serait la charge que devrait supporter le pilot pour s'enfoncer de la même quantité.

1142. La charge qu'on vient de calculer exprime aussi la valeur moyenne de la résistance du sol. Cette résistance étant supposée la même, de quelle hauteur faudrait-il que le mouton tombât pour produire, dans un seul coup, un enfoncement de 1 millimètre.

FIN DES EXERCICES ET DES PROBLÈMES.



TABLE DES MATIÈRES.

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

Ch. Lahure et Cie, imprimeurs du Sénat et de la Cour de Cassation, rue de Vaugirard, 9, près de l'Odéon.





